

兰州理工大学

科研成果汇总

学 号: 181081101003

研 究 生: 常勇

导 师: 包广清 教授

研究方向: 电机与控制

论文题目: 数据-机理融合驱动的永磁游标电机
分析及优化设计

学 科: 控制科学与工程

学 院: 自动化与电气工程学院

入学时间: 2018年09月

2025 年 11 月 07 日

目 录

1.论文检索报告	1
2. Yong Chang , Guangqing Bao . Accurate sub-domain model for magnetic field computation in electrical machines with HTS materials[J] . IEICE Electronics Express, 2023, 20(4): 1-6. (SCI) , WOS: 000921694600001	5
3.常勇, 包广清, 许瑾, 等. 采用改进子域模型的表贴式永磁游标电机磁场解析计算[J]. 西安交通大学学报, 2023, 57(7): 62-73. (EI; 中国科技期刊卓越行动计划梯队期刊) , Accession number: 20233814750664	11
4.常勇, 包广清, 陈俊全, 等. 基于能量的磁滞模型参数解析计算[J]. 电机与控制学报, 2025, 29(7): 165-178. (EI; 电气工程领域高质量科技期刊分级目录T1类) , Accession Number: 20254219319981	23
5.常勇, 包广清, 杨巧玲. 磁性材料的磁滞建模研究综述[J]. 电气工程学报, 2024, 19(3): 169-189. (CSCD&中文核心; 电气工程领域高质量科技期刊分级目录T2类) , CSCD: 7866360	37



机构：兰州理工大学 电气工程与信息工程学院

姓名：常勇 [181081101003]

著者要求对其在国内外学术出版物所发表的科技论著被以下数据库收录情况进行查证。

检索范围：

- 科学引文索引（Science Citation Index Expanded）：1900年-2025年
- 工程索引（Engineering Index）：1884年-2025年
- 中国科学引文数据库（Chinese Science Citation Database）：1989年-2025年

检索结果：

检索类型	数据库	年份范围	总篇数
SCI-E 收录	SCI-EXPANDED	2023	1
EI 收录	EI-Compendex	2023 - 2025	2
CSCD 收录	CSCD	2024	1



委托人声明：

本人委托兰州理工大学图书馆查询论著被指定检索工具收录情况，经核对检索结果，
附件中所列文献均为本人论著，特此声明。

作 者（签字）：常勇

完成人（签字）：陈庆怡

完 成 日 期：2025年11月11日

完成单位（盖章）：兰州理工大学图书馆信息咨询与学科服务部

（本检索报告仅限校内使用）





图书馆

文献检索报告 SCI-E 收录



兰州理工大学图书馆

报告编号: R2025-1262 SCI-E 收录

数据库: 科学引文索引 (Science Citation Index Expanded) 时间范围: 2023年		作者姓名: 常勇 作者单位: 兰州理工大学 电气工程与信息工程学院	检索人员: 陈庆怡 检索日期: 2025年11月11日			
检索结果: 被 SCI-E 收录文献 1 篇						
#	作者	地址	标题	来源出版物	文献类型	入藏号
1	Chang, Y; Bao, GQ	[Chang, Yong] Lanzhou Univ Technol, Coll Elect Engn & Informat Engn, Lanzhou 730050, Peoples R China.; [Bao, Guangqing] Southwest Petr Univ, Sch Elect & Informat Engn, Chengdu 610500, Peoples R China.	Accurate sub-domain model for magnetic field computation in electrical machines with HTS materials	IEICE ELECTRONICS EXPRESS 2023, 20 (4): 20220480.	J Article	WOS:000921694600001
						合计 1





图书馆

文献检索报告

EI 收录



兰州理工大学图书馆

报告编号: R2025-1262 EI 收录

数据库: 工程索引 (Engineering Index) 时间范围: 2023年至2025年		作者姓名: 常勇 作者单位: 兰州理工大学 电气工程与信息工程学院	检索人员: 陈庆怡 检索日期: 2025年11月11日			
检索结果: 被 EI 收录文献 2 篇						
#	作者	地址	标题	来源出版物	文献类型	入藏号
1	Chang, Yong; Bao, Guangqing; Xu, Jin; Zou, Mingbao; Ji, Weiwei	College of Electrical Engineering and Information Engineering, Lanzhou University of Technology, Lanzhou; School of Electronics and Information Engineering, Southwest Petroleum University, Chengdu; Lanzhou Electric Machinery Co., Ltd., Lanzhou	Analytical Calculation of Magnetic Field in Surface-Mounted Permanent Magnet Vernier Machine Based on Improved Subdomain Model 采用改进子域模型的表贴式永磁游标电机磁场解析计算	<i>Hsi-An Chiao Tung Ta Hsueh/Journal of Xi'an Jiaotong University</i> 2023, 57 (7): 62-73.	Journal article (JA)	202338147 50664
2	Chang, Yong; Bao, Guangqing; Chen, Junquan; Yang, Qiaoling	College of Electrical Engineering and Information Engineering, Lanzhou University of Technology, Lanzhou; School of Electronics and Information Engineering, Southwest Petroleum University, Chengdu; National Key Laboratory of Electromagnetic Energy, Naval University of Engineering, Wuhan	Analytical calculation method for energy-based hysteresis model parameters	<i>Dianji yu Kongzhi Xuebao/Electric Machines and Control</i> 2025, 29 (7): 165-178.	Journal article (JA)	202542193 19981
						合计 2





兰州理工大学图书馆

报告编号: R2025-1262 CSCD 收录 (WOS)

数据库: 中国科学引文数据库 (Chinese Science Citation Database) 时间范围: 2024年		作者姓名: 常勇 作者单位: 兰州理工大学 电气工程与信息工程学院	检索人员: 陈庆怡 检索日期: 2025年11月11日			
检索结果: 被 CSCD 收录文献 1 篇						
#	作者	地址	标题	来源出版物	文献类型	入藏号
1	Chang Yong; Bao Guangqing; Yang Qiaoling; He Ting; 常勇; 包广清; 杨巧玲; 何婷	Chang Yong, College of Electrical Engineering and Information; Engineering, Lanzhou University of Technology;;College of Electronic and; Electrical Engineering, Lanzhou Petrochemical University of Vocational; Technology, ;, Lanzhou;;Lanzhou, ;; 730050;;730060.; Bao Guangqing, School of Electronics and Information Engineering,; Southwest Petroleum University, Chengdu, Sichuan 610500, China.; Yang Qiaoling, College of Electrical Engineering and Information; Engineering, Lanzhou University of Technology, Lanzhou, Gansu 730050,; China.; He Ting, Gansu Nature Energy Research Institute, Lanzhou, Gansu 730046,; China.	Review of Research on Hysteresis Models for Magnetic Materials 磁性材料的磁滞建模研究综述	<i>Journal of Electrical Engineering</i> 电气工程学报 2024, 19 (3): 2095-9524(2024)19:32.0.TX;2-E.	J Review	CSCD:7866 360
合计						1



LETTER

Accurate sub-domain model for magnetic field computation in electrical machines with HTS materials

Yong Chang¹ and Guangqing Bao^{2, a)}

Abstract The primary aim of this study was to develop and validate an accurate sub-domain analytical model to estimate the magnetic field of electric machines with high-temperature superconducting (HTS) excitation and armature windings. The model was developed by utilizing the separation variable and harmonic analysis methods to solve Laplace's or Poisson's equations of the vector magnetic potential in two-dimensional polar coordinates. The theoretical derivations of the final analytical equations for the magnetic flux density distribution in the air-gap and in permanent magnets, electromagnetic torque, and no-load back-electromotive force (back-EMF) are explained in detail. Finally, the magnetic vector potential, flux density distribution of each sub-domain, no-load back-EMF, and inductive reactance of the armature winding were solved by considering the critical parameters of the superconducting materials, and the influence of higher harmonics. The finite-element method (FEM) was used to validate the accuracy of the developed analytical method for the investigated HTS generator. The results show the developed analytical method is accurate and time-saving.

Keywords: high-temperature superconducting (HTS), the separation variable method, air-gap magnetic density, analytical calculation of magnetic fields, superconducting bulk, generator, FEM

Classification: Electromagnetic theory, superconducting electronics

1. Introduction

Compared to the same topology of conventional machines, HTS machines have the advantages of small size, high power density, high efficiency, low temperature rise, and low iron loss [1, 2, 3, 4, 5]. Therefore, HTS machines can be applied in particular fields to further improve equipment performance, such as fully electric aircraft, ship-driven equipment, and offshore wind-power generation components [6, 7, 8, 9, 10, 11, 12].

HTS machines use a non-magnetic fixture because it generates higher magnetic flux density compared to conventional machines. Therefore, the traditional magnetic field calculation method is no longer suitable for HTS machines. At present, the general methods for calculating motor field include the finite element method (FEM) [13, 14, 15], conformal transformation method [16, 17, 18, 19], equivalent magnetic circuit method [20, 21, 22, 23], and sub-domain

analytical method [24, 25, 26, 27].

In this paper, we present an accurate sub-domain analytical model for calculating the magnetic field of a synchronous generator with high-temperature superconducting (HTS) excitation and armature windings that have a non-magnetic fixture. This scheme may provide a more accurate calculation compared to previous work because it considers the critical parameters of the superconductor and the influence of higher harmonics. The simulation results show that the proposed analytical model has simpler mathematical equations and a lower computational burden than the FEM. The FEM demonstrates highly accurate results of the developed technique.

2. Problem definition and assumption

The magnetic field distribution of HTS machines differs from that of conventional ones. The rotor excitation and stator armature winding of HTS machines are fixed on non-magnetic structures. Therefore, we make the following basic assumptions in this paper [28, 29].

- 1) Ferromagnetic core with infinitely large magnetic permeability.
- 2) HTS material is superconducting and stable at 77 K.
- 3) Ignore end effect.
- 4) Excitation and armature winding permeability are constant.
- 5) HTS winding core is non-magnetic.

3. Analytical calculation of magnetic field

3.1 Boundary and interface conditions

As shown in Figure 1, the magnetic flux density at the edge of the local region with the same permeability is continuous [30]. The boundary conditions of the Laplace and Poisson equations can be written as follows:

For sub-domain I, $R_2 \leq r \leq R_1$, $0 \leq \theta \leq 2\pi$, and

$$\begin{cases} \frac{\partial A_I(r, \theta)}{\partial r} \Big|_{r=R_1} = 0 \\ \frac{\partial A_I(r, \theta)}{\partial r} \Big|_{r=R_2} = f(\theta) \end{cases} \quad (1)$$

For sub-domain II, $R_3 \leq r \leq R_2$, $\frac{\alpha_i}{2} + \frac{2k\pi}{p} \leq \theta \leq \frac{\alpha_o}{2} + \frac{2k\pi}{p}$, $-\frac{\alpha_i}{2} + \frac{2k\pi}{p} \leq \theta \leq -\frac{\alpha_o}{2} + \frac{2k\pi}{p}$, and

¹ College of Electrical Engineering and Information Engineering, Lanzhou University of Technology, Lanzhou, 730050, China

² School of Electronics and Information Engineering, Southwest Petroleum University, Chengdu, 610500, China

a) lzlgcyht2008@163.com

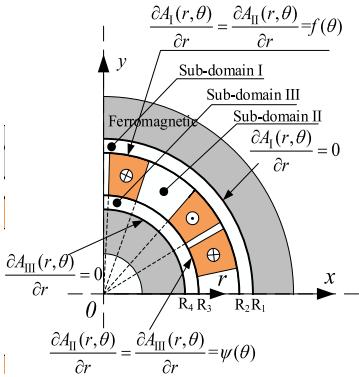


Fig. 1 Different sub-domains and boundary conditions.

$$\begin{cases} \frac{\partial A_{II}(r, \theta)}{\partial r} \Big|_{r=R_2} = f(\theta) \\ \frac{\partial A_{II}(r, \theta)}{\partial r} \Big|_{r=R_3} = \psi(\theta) \end{cases} \quad (2)$$

For sub-domain III, $R_4 \leq r \leq R_3$, $0 \leq \theta \leq 2\pi$, and

$$\begin{cases} \frac{\partial A_{III}(r, \theta)}{\partial r} \Big|_{r=R_3} = \psi(\theta) \\ \frac{\partial A_{III}(r, \theta)}{\partial r} \Big|_{r=R_4} = 0 \end{cases} \quad (3)$$

where $f(\theta)$ and $\psi(\theta)$ are periodic functions, θ has the period $\alpha_T = 2\pi/p$, and $\int_{-\pi/p}^{\pi/p} f(\theta)d\theta = \int_{-\pi/p}^{\pi/p} \psi(\theta)d\theta = 0$.

3.2 Laplace equation solution for sub-domain I and III

Sub-domain I: ($R_2 \leq r \leq R_1$, $0 \leq \theta \leq 2\pi$) and

$$\frac{\partial^2 A_I(r, \theta)}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial A_I(r, \theta)}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 A_I(r, \theta)}{\partial \theta^2} = 0 \quad (4)$$

The solutions are determined from Eq. (4):

$$A_I(r, \theta) = \sum_{n=1}^{N \rightarrow \infty} \left(A_n^1 r^{np} + B_n^1 r^{-np} \right) \left(C_n^1 \cos np\theta + D_n^1 \sin np\theta \right) \quad (5)$$

where the coefficients A_n^1 , B_n^1 , C_n^1 , and D_n^1 can be calculated using Fourier-series expansions of the boundary conditions p is the number of pole pairs, and $n = 1, 2, \dots, N \rightarrow \infty$.

The unknown coefficients A_n^1 , B_n^1 , C_n^1 , and D_n^1 can be obtained from Eq. (1):

$$\begin{cases} A_n^1 = -\frac{R_2^{np+1}}{np(R_1^{2np} - R_2^{2np})} \\ B_n^1 = -\frac{R_1^{2np} R_2^{np+1}}{np(R_1^{2np} - R_2^{2np})} \end{cases} \quad (6)$$

$$\begin{cases} C_n^1 = \frac{p}{\pi} \int_{-\pi/p}^{\pi/p} f(\theta) \sin(np\theta) d\theta \\ D_n^1 = \frac{p}{\pi} \int_{-\pi/p}^{\pi/p} f(\theta) \cos(np\theta) d\theta \end{cases} \quad (7)$$

Sub-domain III: ($R_4 \leq r \leq R_3$, $0 \leq \theta \leq 2\pi$) and

$$\frac{\partial^2 A_{III}(r, \theta)}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial A_{III}(r, \theta)}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 A_{III}(r, \theta)}{\partial \theta^2} = 0 \quad (8)$$

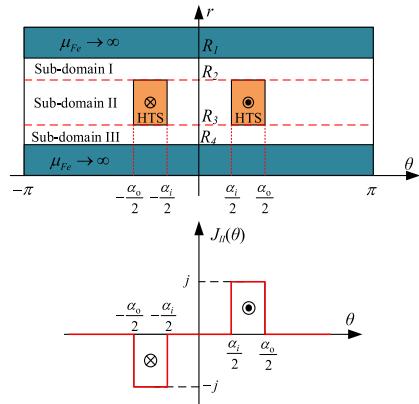


Fig. 2 Schematic of direction of current coil.

According to Figure 2, there is no electric current in the air-gap, so the solutions obtained from Eq. (8) are

$$A_{III}(r, \theta) = \sum_{n=1}^{N \rightarrow \infty} \left(A_n^3 r^{np} + B_n^3 r^{-np} \right) \left(C_n^3 \cos np\theta + D_n^3 \sin np\theta \right) \quad (9)$$

where A_n^3 , B_n^3 , C_n^3 , and D_n^3 are the unknown coefficients.

The unknown coefficients A_n^3 , B_n^3 , C_n^3 , and D_n^3 can be obtained from Eq. (3):

$$\begin{cases} A_n^3 = R_3^{np}/np(R_3^{2np} - R_4^{2np}) \\ B_n^3 = R_3^{np} R_4^{2np}/np(R_3^{2np} - R_4^{2np}) \\ C_n^3 = \frac{p}{\pi} \int_{-\pi/p}^{\pi/p} \psi(\phi) \sin(np\theta) d\theta \\ D_n^3 = \frac{p}{\pi} \int_{-\pi/p}^{\pi/p} \psi(\phi) \cos(np\theta) d\theta \end{cases} \quad (10)$$

3.3 Poisson equation solution for sub-domain II

Sub-domain II: ($R_3 \leq r \leq R_2$, $\frac{\alpha_i}{2} + \frac{2k\pi}{p} \leq \theta \leq \frac{\alpha_o}{2} + \frac{2k\pi}{p}$, $-\frac{\alpha_i}{2} + \frac{2k\pi}{p} \leq \theta \leq -\frac{\alpha_o}{2} + \frac{2k\pi}{p}$)

$$\frac{\partial^2 A_{II}(r, \theta)}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial A_{II}(r, \theta)}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 A_{II}(r, \theta)}{\partial \theta^2} = -\mu_0 j \quad (11)$$

According to the superposition principle, the solution of the Eq. (11) obtained in sub-domain II is the sum of the particular and general solutions.

A particular solution of the Poisson equation can be written as follows:

$$A_{II}^{(P)}(r, \theta) = r^2 \sum_{n=1}^{N \rightarrow \infty} [C_n^2 \sin(np\theta) + D_n^2 \cos(np\theta)] \quad (12)$$

where C_n^2 and D_n^2 are determined based on inserting Eq. (12) into Eq. (11).

Combining Eq. (2) and Eq. (12), the unknown coefficients C_n^2 and D_n^2 are obtained:

$$\begin{cases} C_n^2 = \frac{\mu_0}{n^2 p^2 - 4} J_n^s \\ D_n^2 = \frac{\mu_0}{n^2 p^2 - 4} J_n^c \end{cases} \quad (13)$$

Here, J_n^s and J_n^c are the coefficients of the current density function in the Fourier-series expansion; that is,

$$\begin{cases} J_n^s = \frac{p}{\pi} \int_{-\pi/p}^{\pi/p} j(\theta) \sin(np\theta) d\theta \\ J_n^c = \frac{p}{\pi} \int_{-\pi/p}^{\pi/p} j(\theta) \cos(np\theta) d\theta \end{cases} \quad (14)$$

The particular solution of the Poisson equation satisfies the boundary conditions for Eq.(2). Combining Eq.(2) and Eq.(12), the general solution boundary conditions of the Laplace equation can be obtained:

$$\begin{cases} \left. \frac{\partial A_{II}^{(g)}(r, \theta)}{\partial r} \right|_{r=R_2} = f(\theta) + 2R_2 \sum_{n=1}^{N \rightarrow \infty} [C_n^2 \sin(np\theta) + D_n^2 \cos(np\theta)] \\ \left. \frac{\partial A_{II}^{(g)}(r, \theta)}{\partial r} \right|_{r=R_3} = \psi(\theta) + 2R_3 \sum_{n=1}^{N \rightarrow \infty} [C_n^2 \sin(np\theta) + D_n^2 \cos(np\theta)] \end{cases} \quad (15)$$

The method of separation of the variables was employed to solve the Laplace equation, and the analytic expression is obtained:

$$A_{II}^{(g)}(r, \theta) = \sum_{n=1}^{N \rightarrow \infty} \left[\frac{R_2}{np} \frac{(r/R_3)^{-np} + (r/R_2)^{np}}{(R_3/R_2)^{-np} - (R_3/R_2)^{np}} (D_n^s \sin(np\theta) + D_n^c \cos(np\theta)) - \frac{R_3}{np} \frac{(r/R_2)^{-np} + (r/R_3)^{np}}{(R_3/R_2)^{-np} - (R_3/R_2)^{np}} \times E_n^s \sin(np\theta) + E_n^c \cos(np\theta) \right] \quad (16)$$

where $D_n^s = C_n^1 + 2R_2 C_n^2$, $D_n^c = D_n^1 + 2R_2 D_n^2$, $E_n^s = C_n^3 + 2R_3 C_n^2$, and $E_n^c = D_n^3 + 2R_3 D_n^2$.

The unknown coefficients C_n^1 , D_n^1 , C_n^3 and D_n^3 are determined from the condition of the radial flux density at the boundaries of the sub-domain:

$$\begin{cases} C_n^1 = -\frac{\mu_0 R_2}{2} J_n^s \frac{1 - (R_2/R_1)^{2np}}{1 - (R_4/R_1)^{2np}} \left[K_n^+ + \left(\frac{R_3}{R_2} \right)^{np+2} \left(\frac{R_4}{R_3} \right)^{2np} K_n^- \right] \\ D_n^1 = -\frac{\mu_0 R_2}{2} J_n^c \frac{1 - (R_2/R_1)^{2np}}{1 - (R_4/R_1)^{2np}} \left[K_n^+ + \left(\frac{R_3}{R_2} \right)^{np+2} \left(\frac{R_4}{R_3} \right)^{2np} K_n^- \right] \end{cases} \quad (17)$$

$$\begin{cases} C_n^3 = \frac{\mu_0 R_3}{2} J_n^s \frac{1 - (R_4/R_3)^{2np}}{1 - (R_4/R_1)^{2np}} \left(\left(\frac{R_2}{R_1} \right)^{2np} \left(\frac{R_3}{R_2} \right)^{np-2} K_n^+ + K_n^- \right) \\ D_n^3 = \frac{\mu_0 R_3}{2} J_n^c \frac{1 - (R_4/R_3)^{2np}}{1 - (R_4/R_1)^{2np}} \left(\left(\frac{R_2}{R_1} \right)^{2np} \left(\frac{R_3}{R_2} \right)^{np-2} K_n^+ + K_n^- \right) \end{cases} \quad (18)$$

$$K_n^+ = \frac{1 - (R_3/R_2)^{np+2}}{np + 2} \quad (19)$$

$$K_n^- = \frac{1 - (R_3/R_2)^{np-2}}{np - 2} \quad \text{if } np \neq 2 \quad (20)$$

When the origin of the coordinate system is selected, the coordinates axis coincides with the axis of symmetry of the current coil (see Figure 2). The current density distribution is shown in Figure 2, and the mathematical expression is as follows:

$$\begin{cases} J_n^s = \frac{2j_k}{n\pi} \cos(np\alpha_i/2) - \cos(np\alpha_o/2) \\ J_n^c = 0 \end{cases} \quad (21)$$

The positive and negative j_k represent the current direction in the current coil, as shown in Figure 3. According to Eq.(21), the following results can be obtained:

$$D_n^1 = D_n^2 = D_n^3 = D_n^c = E_n^c = J_n^c = 0 \quad (22)$$

According to Eq.(21), assuming that

$$J_n^s = \frac{2j_k}{\pi} \frac{\cos(np\alpha_i/2) - \cos(np\alpha_o/2)}{n} \quad (23)$$

According to Eq.(18) and Eq.(9), assuming that

$$L_n = \frac{1}{1 - (R_4/R_1)^{2np}} \left(K_n^+ + \left(\frac{R_3}{R_2} \right)^{np+2} \left(\frac{R_4}{R_3} \right)^{2np} K_n^- \right) \quad (24)$$

$$C_n = \frac{1}{1 - (R_4/R_1)^{2np}} \left(\left(\frac{R_2}{R_1} \right)^{2np} \left(\frac{R_3}{R_2} \right)^{np-2} K_n^+ + K_n^- \right) \quad (25)$$

$$C_n^1 = -\frac{\mu_0}{\pi} j_k R_2 J_n \left(1 - (R_2/R_1)^{2np} \right) L_n \quad (26)$$

$$C_n^3 = \frac{\mu_0}{\pi} j_k R_3 J_n \left(1 - (R_4/R_3)^{2np} \right) C_n \quad (27)$$

Using $\mathbf{B} = \nabla \times \mathbf{A}$, the components of \mathbf{B} can be deduced by

$$B_r = \frac{1}{r} \frac{\partial A}{\partial \theta} \quad \text{and} \quad B_\theta = -\frac{\partial A}{\partial r} \quad (28)$$

4. Performance calculation and model evaluation

4.1 Performance calculation

When the period of variation of the magnetic field is equal, the mutual inductive coefficient of the current coil is obtained using the energy of the magnetic field [31]. The calculation formula of magnetic field energy in the superconducting current coil is

$$W = \frac{l}{2} \int_S A(r, \theta) j(r, \theta) dS \quad (29)$$

where S is the cross-sectional area of the current conductor and, l the axial length of superconducting tape.

After calculating the magnetic field energy, the mutual and self-induction coefficients can be calculated from the formula $W = 1/2LI^2$.

$$\begin{cases} M_{12} = 2W/I_1 I_2 \\ L_1 = 2W/I_1^2 \end{cases} \quad (30)$$

where I_1 is the current of the first group of coils and, I_2 that of the second group of coils.

According to Eq.(29) and Eq.(30), the main parameters of a HTS synchronous generator can be determined, such as back-EMF with no-load and primary inductive reactance, in which back-EMF with no-load is defined as

$$E_{EMF} = \omega M_{12} I_f \quad (31)$$

where I_f and ω are excitation current and angular frequency, respectively.

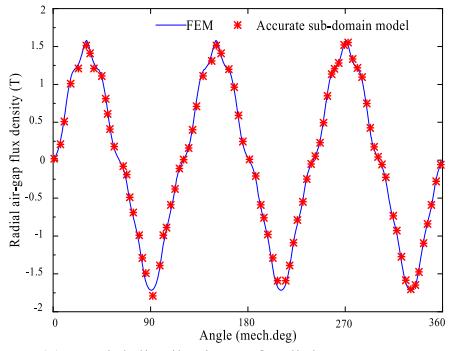
The inductive reactance of HTS armature winding is defined as follows:

$$X_q = \omega (L_1 + M_{12}) \quad (32)$$

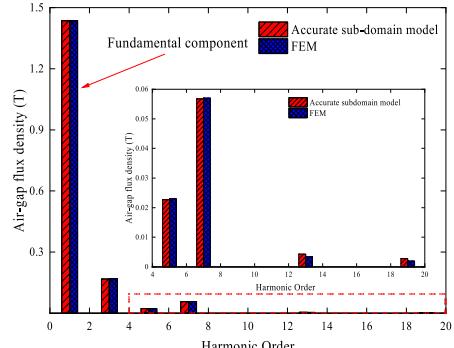
where L_1 and M_{12} are obtained from Eq.(30).

Table I Geometric dimensions of internal structures.

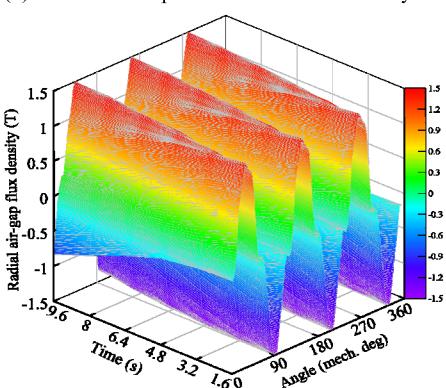
Parameters	Symbol	Value
Outer diameter of stator magnetic core (mm)	R_{so}	196
Internal diameter of stator (mm)	R_{ri}	152
Size of the air-gap size (mm)	Δ	1
Outer diameter of the rotor (mm)	R_{ro}	150
Active axial length of the generator (mm)	L_s	220
Pole pairs of generator	P	3
Phase number of armature winding	M	3
Number of teeth (slots) of stator	Z	9
Height of the armature coil (mm)	H_d	10
Number of turns of armature coil	n_{kat}	48
Height of field coils (mm)	H_f	10
Number of turns of excitation coils	w_f	68
Rotor winding /operating temperature (K)	YBCO	77.48



(a) Spatial distributions of radial components



(b) Harmonic components of radial flux density



(c) 3D distribution of radial flux density

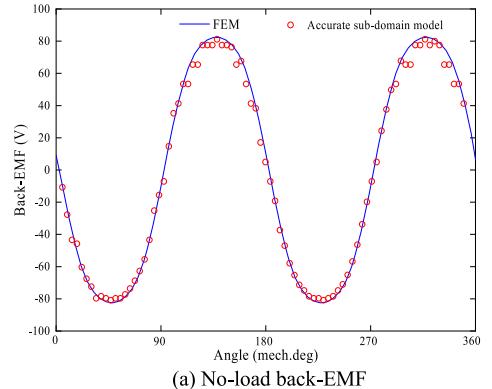
Fig. 3 Air-gap flux density with no-load.

4.2 Model evaluation

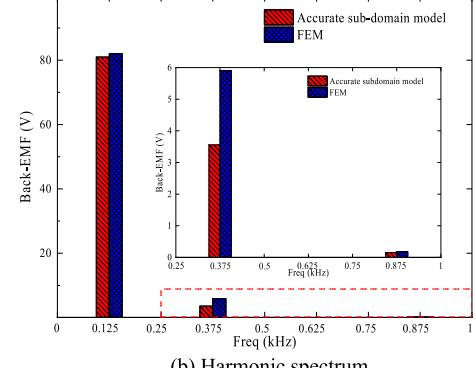
To corroborate the effectiveness of the calculation method, a section of the 3 kW HTS synchronous generator is taken as an example. ANSYS Maxwell software was used to perform the analysis and calculations. The initial data and geometric dimensions are given in Table I.

Table II Primary harmonic amplitude value and error.

Number of harmonics	Flux density(T)		Error (%)
	Analytical method	FEM	
Base wave	1.436	1.436	0
3	0.1677	0.169	0.76
5	0.02269	0.023	1.35
7	0.05675	0.057	0.44
13	0.004308	0.0034	26.7
19	0.002784	0.002	39.2



(a) No-load back-EMF



(b) Harmonic spectrum

Fig. 4 Phase A back-EMF comparison of analytical method and FEM.

Figure 3 shows the radial air-gap flux density at $r = (R_{si} + R_{ro})/2$. The analytical method and FEM show the 2D waveforms of the radial air-gap flux density calculation, which carries the Fourier transformation from the two waveforms to obtain the primary harmonic amplitude. As shown in Figure 3(b), amplitude errors of the fundamental wave and each harmonic are minor and the error is less than 1%. The error is calculated on the basis of the results of the FEM. As shown in Table II, the analytical method has high accuracy in calculating the no-load air-gap magnetic field. 3D distribution of radial flux density is shown in Figure 3(c).

Figure 4 shows the no-load back-EMF of the analytical method was compared with the FEM results. The analytical calculation is consistent with the FEM results and the waveforms are similar to sinusoidal waveforms. The minor difference is that the FEM uses the actual geometry of the electric machine. The theoretical basis of the analytical method is the Laplace equation and Fourier series. The highest order of the Fourier-series expansion should ideally be infinite. However, the highest order can only be set to an appropriate finite value in the actual calculation. Otherwise, the dimension of the matrix equations will be too large to be solved, which will cause some calculation errors. The

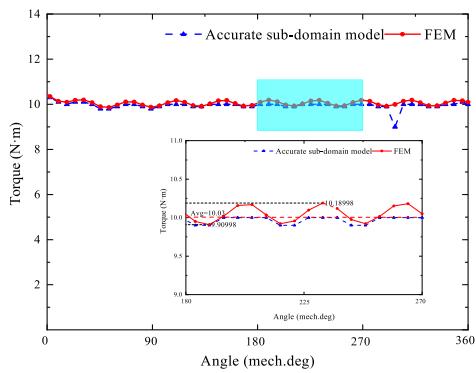


Fig. 5 The electromagnetic torque.

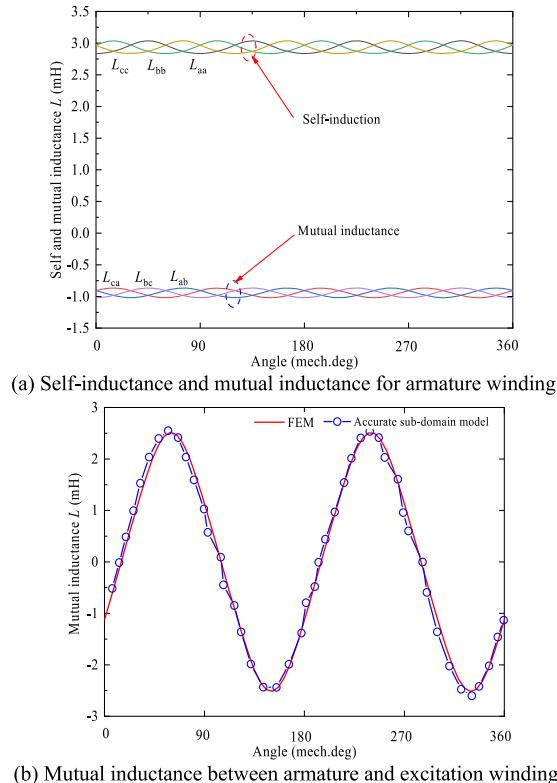


Fig. 6 On-load comparison of analytical method and FEM computation of inductances.

results of the analytical calculation method show that the phase voltage total harmonic distortion (THD) is 4.299%. The results of the FEM show that the phase voltage THD is 7.2%.

Figure 5 shows the electromagnetic torque. Once again, it can be seen that the results of the analytical method are in close agreement with those of the FEM.

Figure 6 shows the self-inductance and mutual inductance. The on-load characteristics were provided for a field current of 60A. Active resistance was used as a load for the generator. Therefore, the power factor is equal to 1.

5. Conclusions

Analytical equations from the derivation are universal, considering the critical parameters of superconducting materials, pole pairs, number of per-pole slots, and phase q of

high-order harmonics, which can be applied to the magnetic field analysis and calculation of ring armature winding electric machines. Compared with previous studies, the FEM is combined with the analytical method in this paper to verify the validity of the parameter calculation, which can be used to calculate and optimize the design parameters of HTS electric machines. This method is taken as the theoretical basis for the magnetic field analysis and parameter calculation of HTS bulk electric machines. The results of the proposed model are in close agreement with those realized by the 2D FEM and saving-time.

Acknowledgments

This work is supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant: 51967012), the Key Research and Development Program of Gansu Province (Grant 20YF8GA055), the Gansu Youth Science and Technology Fund (Grant 22JR5RA807), the Incubation Program of Excellent Doctoral Dissertation-Lanzhou University of Technology.

References

- [1] M.L. Zhang, *et al.*: “Research on force characteristics and running performance of novel type high-temperature superconductor magnetic levitation vehicle,” *Journal of Superconductivity and Novel Magnetism* **35** (2022) 635 ([DOI: 10.1007/s10948-021-06075-7](https://doi.org/10.1007/s10948-021-06075-7)).
- [2] B. Douine, *et al.*: “Characterization of high-temperature superconductor bulks for electrical machine application,” *Materials* **14** (2021) 1636 ([DOI: 10.3390/ma14071636](https://doi.org/10.3390/ma14071636)).
- [3] Y.T. Fu, *et al.*: “Influence of copper rings and plates on Eddy losses of no-insulation high temperature superconductor coil in synchronous machines,” *IEEE Trans. Appl. Supercond.* **32** (2022) 20220421 ([DOI: 10.1109/TASC.2022.3168531](https://doi.org/10.1109/TASC.2022.3168531)).
- [4] S. Takei, *et al.*: “Double armature HTS bulk synchronous machine for contra-rotating turbine generator,” *IEEE Trans. Appl. Supercond.* **32** (2022) 20220207 ([DOI: 10.1109/TASC.2022.3148696](https://doi.org/10.1109/TASC.2022.3148696)).
- [5] A. Colle, *et al.*: “Design of a superconducting machine and its cooling system for an aeronautics application,” *European Physical Journal-Applied Physics* **93** (2021) 20210317 ([DOI: 10.1051/epjap/202000027](https://doi.org/10.1051/epjap/202000027)).
- [6] S.S. Xue, *et al.*: “Stator optimization of wind power generators with high-temperature superconducting armature windings and permanent magnet rotor,” *IEEE Trans. Appl. Supercond.* **31** (2021) 20201110 ([DOI: 10.1109/TASC.2020.3037057](https://doi.org/10.1109/TASC.2020.3037057)).
- [7] H. Karmaker, *et al.*: “High-power dense electric propulsion motor,” *IEEE Trans. Ind. Appl.* **51** (2015) 1341 ([DOI: 10.1109/TIA.2014.2352257](https://doi.org/10.1109/TIA.2014.2352257)).
- [8] X.H. Kong, *et al.*: “Review of electric power system of distributed electric propulsion aircraft,” *Acta Aeronautica et Astronautica Sinica* **39** (2018) 51 ([DOI: 10.7527/S1000-6893.2017.21651](https://doi.org/10.7527/S1000-6893.2017.21651)).
- [9] H.Y. Fang, *et al.*: “Design of 13.2 MW direct-drive superconducting generator for offshore wind turbines,” *Southern Power System Technology* **9** (2015) 70 ([DOI: 10.13648/j.cnki.issn1674-0629.2015.12.009](https://doi.org/10.13648/j.cnki.issn1674-0629.2015.12.009)).
- [10] Z.Q. Jiang: “Research on key technologies of 10 MW high temperature superconducting wind turbine,” Ph.D. Dissertation, University of Electronic Science and Technology, Sichuan, China (2018).
- [11] J. He: “Design of excitation winding for high temperature superconducting offshore wind turbine,” Ph.D. Dissertation, Huazhong University of Science and Technology, Hubei, China (2015).
- [12] W.F. Zhang, *et al.*: “Research on high-temperature superconducting machine with a rotating-pole shoe,” *IEEE Trans. Appl. Supercond.* **30** (2020) 20200227 ([DOI: 10.1109/TASC.2020.2976604](https://doi.org/10.1109/TASC.2020.2976604)).
- [13] D. Golovanov and C. Gerada: “An analytical subdomain model for dual-rotor permanent magnet motor with Halbach array,” *IEEE Trans.*

- Magn. **55** (2019) 20191118 ([DOI: 10.1109/TMAG.2019.2941699](#)).
- [14] J.K. Yu, *et al.*: “Analytical calculation of air-gap relative permeance in slotted permanent magnet synchronous motor,” Transactions of China Electrotechnical Society **31** (2016) 45 ([DOI: 10.19595/j.cnki.1000-6753.tces.2016.s1.007](#)).
- [15] K. Takeuchi, *et al.*: “Finite-element analysis for magnetic flux in end region of synchronous machine using end-winding model,” IEEE Trans. Magn. **57** (2021) 20200806 ([DOI: 10.1109/TMAG.2020.3014789](#)).
- [16] L.K. Xue and L. Luo: “Semi-analytical calculation of the unsaturated magnetic field distribution of a slotted spoke-type interior permanent magnet machine with conformal mapping method,” IEEE Trans. Magn. **58** (2022) 8104 ([DOI: 10.1109/TMAG.2022.3154596](#)).
- [17] F.R. Alam and K. Abbaszadeh: “Magnetic field analysis in eccentric surface-mounted permanent-magnet motors using an improved conformal mapping method,” IEEE Trans. Energy Convers. **31** (2016) 333 ([DOI: 10.1109/TEC.2015.2479562](#)).
- [18] M.S. Mirazimi and A. Kiyomarsi: “Magnetic field analysis of SynRel and PMASynRel machines with hyperbolic flux barriers using conformal mapping,” IEEE Trans. Transp. Electrific. **6** (2020) 52 ([DOI: 10.1109/TTE.2019.2959400](#)).
- [19] K. Jansen, *et al.*: “Study of magnetic force excitations in salient pole synchronous generators considering geometrical modifications by conformal mapping,” International Journal of Applied Electromagnetics and Mechanics **69** (2022) 139 ([DOI: 10.3233/JAE-210183](#)).
- [20] G.C. Pang, *et al.*: “Analytical calculation of no-load air gap magnetic field in surface-mounted permanent magnet motor based on improved generalized magnetic circuit method,” Transactions of China Electrotechnical Society **34** (2019) 4623 ([DOI: CNKI:SUN:DGJS.0.2019-22-001](#)).
- [21] B. Dianati and I. Hahn: “Nonlinear modeling of MGSPMs based on hybrid subdomain and magnetic equivalent circuitry,” IEEE Trans. Magn. **58** (2022) 20211116 ([DOI: 10.1109/TMAG.2021.3128739](#)).
- [22] L.L. Zhang: “An efficient modeling of air gap and nonlinear analysis of magnetic equivalent circuit for large turbogenerators under no-load condition,” IEEE Trans. Magn. **58** (2022) 20211102 ([DOI: 10.1109/TMAG.2021.3125141](#)).
- [23] B.C. Guo, *et al.*: “An analytical model for axial flux permanent magnet machines with Halbach array,” Proceedings of the CSEE **39** (2019) 289 ([DOI: 10.13334/j.0258-8013.pcsee.172315](#)).
- [24] M.J. Wang, *et al.*: “Analytical calculation of no-load magnetic field in permanent magnet linear synchronous motors based on an accurate subdomain model,” Transactions of China Electrotechnical Society **35** (2020) 942 ([DOI: 10.19595/j.cnki.1000-6753.tces.190077](#)).
- [25] S.Y. Guo, *et al.*: “Analytical magnetic field calculation of vernier permanent-magnet machines based on accurate subdomain model,” Proceedings of the CSEE **33** (2013) 71 ([DOI: 10.13334/j.0258-8013.pcsee.2013.30.010](#)).
- [26] Y. Oner, *et al.*: “Analytical on-load subdomain field model of permanent-magnet vernier machines,” IEEE Trans. Ind. Electron. **63** (2016) 4105 ([DOI: 10.1109/TIE.2016.2532285](#)).
- [27] F. Rezaee-Alam, *et al.*: “A new hybrid analytical model for electromagnetic analysis of wound rotor induction motors,” International Journal of Numerical Modelling-Electronic Networks Devices and Fields **35** (2022) 20220517 ([DOI: 10.1002/jnm.3022](#)).
- [28] S.S. Zhang and S.Y. Guo: “Analytical magnetic field method of permanent magnet synchronous machine considering step-skewed magnets and magnetic slot wedge,” Transactions of China Electrotechnical Society **34** (2019) 11 ([DOI: 10.19595/j.cnki.1000-6753.tces.171653](#)).
- [29] Y.Q. Zhou, *et al.*: “Design and performance analysis of permanent magnet flux-switching motors using segmental permanent magnets,” IEICE Electron. Express **16** (2019) 20190193 ([DOI: 10.1587/elex.16.20190193](#)).
- [30] Y.B. Shen: “Analysis of magnetic field in superconducting synchronous machines,” Journal of Zhejiang University (Engineering Science) **2** (1978) 63 ([DOI: CNKI:SUN:ZDZC.0.1978-02-004](#)).
- [31] S. Zhuravlev, *et al.*: “Analytical calculation of the magnetic field in electrical machines with HTS excitation and armature windings,” Materials Research Express **6** (2019) 20190424 ([DOI: 10.1088/2053-1591/ab18be](#)).

采用改进子域模型的表贴式永磁游标电机 磁场解析计算

常勇¹, 包广清², 许瑾², 邹明宝³, 姬伟伟³

(1. 兰州理工大学电气工程与信息工程学院, 730050, 兰州; 2. 西南石油大学电气信息学院, 610500, 成都;
3. 兰州电机股份有限公司, 730300, 兰州)

摘要: 针对传统子域解析方法在计算气隙谐波磁场丰富的表贴式永磁游标电机磁场时, 出现系数矩阵维数高、计算过程复杂的问题, 提出了一种改进的子域解析模型。该模型通过坐标变换, 将各子域矢量磁位在二维极坐标系下的拉普拉斯方程或泊松方程变换为准笛卡尔坐标系下的方程形式, 利用分离变量法计算各子域矢量磁位方程的通解, 根据边界条件计算待定系数, 以双曲函数的形式表示各矢量磁位的解析解。计算了空载反电动势、气隙磁密和电磁转矩, 与传统子域解析方法、有限元法计算结果进行对比。仿真结果表明: 改进子域解析方法与有限元法的相对误差均小于 1%; 与传统子域解析方法相比, 空载反电动势、气隙磁密和电磁转矩计算精度分别提升了 1.7%、0.87% 和 3.66%。实验样机的空载反电动势计算波形和测试波形也基本吻合, 验证了该方法的有效性和可行性。

关键词: 表贴式永磁游标电机; 子域解析模型; 双曲函数; 分离变量法; 准笛卡尔坐标系; 有限元法

中图分类号: TM614 **文献标志码:** A

DOI: 10.7652/xjtuxb202307006 **文章编号:** 0253-987X(2023)07-0062-12

Analytical Calculation of Magnetic Field in Surface-Mounted Permanent Magnet Vernier Machine Based on Improved Subdomain Model

CHANG Yong¹, BAO Guangqing², XU Jin², ZOU Mingbao³, JI Weiwei³

(1. College of Electrical Engineering and Information Engineering, Lanzhou University of Technology, Lanzhou 730050, China;
2. School of Electronics and Information Engineering, Southwest Petroleum University, Chengdu 610500, China;
3. Lanzhou Electric Machinery Co., Ltd., Lanzhou 730300, China)

Abstract: An improved subdomain analytical method is proposed to solve the problem that traditional subdomain analytical methods have a high dimension of the coefficient matrix and complex calculation process in the calculation of magnetic field of surface-mounted permanent magnet vernier machines (SPMVMs) rich in airgap harmonic magnetic fields. The proposed method transforms the Laplace equation or Poisson equation of the vector magnetic potential of each subdomain in the two-dimensional polar coordinate system into the equation form in the quasi-Cartesian coordinate system through coordinate transformation and uses the separation variable method to obtain the general solution of the vector magnetic potential equation of each subdomain. According

收稿日期: 2023-01-25。 作者简介: 常勇(1988—), 男, 博士生; 包广清(通信作者), 女, 教授, 博士生导师。 基金项目: 国家自然科学基金资助项目(51967012); 甘肃省重点研发计划资助项目(20YF8GA055); 甘肃省青年科技基金计划资助项目(22JR5RA807)。

网络出版时间: 2023-03-15

网络出版地址: <https://kns.cnki.net/kcms/detail/61.1069.T.20230314.1214.003.html>

to the boundary conditions, the undetermined coefficients are calculated and the analytical solutions of each vector magnetic potential are expressed in the form of hyperbolic functions. Finally, the no-load back-EMF, airgap magnetic density, and electromagnetic torque are calculated and compared with those obtained using the traditional subdomain analytical method and finite element method (FEM). The results show that the relative error is less than 1% between the improved subdomain analytical method and the FEM. Compared with the traditional subdomain analytical method, the calculation accuracy of no-load back EMF, airgap magnetic density, and electromagnetic torque is improved by 1.7%, 0.87%, and 3.66% respectively. The calculated waveforms of the no-load back-EMF for the experimental prototype are consistent with the measured waveforms, which verify the effectiveness and feasibility of the proposed analytical method.

Keywords: surface-mounted permanent magnet vernier motor; subdomain analytical model; hyperbolic function; the separation variable method; quasi-Cartesian coordinates system; finite element method

随着新能源汽车、数控机床、舰船与航空航天等战略新兴产业的快速发展,高品质电机已成为人类智能时代主驱动的重要选择。尤其是电机转矩密度的提升已成为相关高端装备的“卡脖子”问题,推动学术界和工业界在电机基础理论与应用技术方面不断探索“新边界”^[1]。新的电机拓扑结构、设计理论与供电模式层出不穷,例如开关磁链电机、横向磁场电机、磁齿轮电机、永磁游标电机等^[2-6]。

与传统永磁同步电机相比,永磁游标电机的最大特点是其电枢磁场与励磁磁场的极对数不相等,具有转矩密度高、结构简单、转矩脉动小等优势,已发展成为磁场调制电机的重要分支,但是该类电机功率因数偏低,故而成为优化设计需要解决的难点之一^[7]。永磁游标电机主要依靠气隙谐波磁场实现气隙磁场调制,达到提升转矩密度的目的,其内部磁场分布比传统永磁电机更加复杂^[8]。精确的磁场分析计算是快速设计、优化永磁游标电机的关键。目前,计算电机磁场的方法主要包括了有限元、保角变换、等效磁路和子域解析等方法。其中有限元法具有计算精度高,可有效处理材料非线性特性等诸多优点而被广泛应用于电机优化设计及磁场计算,但是有限元法计算耗时较长,难以直接表征电机电磁特性与结构参数之间的定量关系^[9]。表贴式永磁游标电机定子和转子极数不相等,对称性弱,通过有限元法进行建模的计算量更大,特别是在进行拓扑结构优化时需要耗费大量的时间。保角变换法是利用许瓦茨-克里施多夫变换,将形状比较复杂的未知场域边界,变换为另一个复平面上边界形状规则、分布已知的场域,从而获得原复杂边界的未知场域场量分

布情况。该方法在建模过程中视槽深无限大,对槽内磁场及绕组电感计算困难,从而影响空载反电动势的计算精度^[10-13]。等效磁路法是一种广泛应用于电机磁场近似计算的方法,其将磁场分布等效转化为磁路,能实现电机电磁参数的快速求解,可精确计算电机内部磁通密度分布情况,但不足之处在于较难在二维磁场计算中获得精准的等效磁路模型且求解过程繁琐^[14-16]。子域解析法是一种能够处理相对复杂的电磁分布的精确计算方法,其数学本质是分离变量法,将电机的求解域按照边界、材料、激励的不同划分为若干个子域,对每个子域利用分离变量法求解磁场的偏微分方程,根据边界条件得到确定的解。文献[17]采用精确子域模型计算了永磁直线同步电机空载磁场,结果表明与有限元法计算结果一致。文献[18]将子域模型应用于外转子永磁游标电机,分析计算了空载气隙磁密和反电动势,获得了良好的效果。文献[19]以分裂齿永磁游标电机为例,考虑了开槽和调制齿对气隙磁场的影响,通过子域模型计算了负载下的电磁参数,得到了较高的计算精度,但是该方法通用性差,不同结构电机需要建立不同的子域模型^[20-24]。现有基于二维极坐标系的子域解析模型对于每个子域矢量磁位的拉普拉斯或泊松方程求解过程比较复杂,确定谐波系数复杂且冗长,对解析计算具有较大挑战性^[25]。特别是对于气隙谐波磁场丰富的永磁游标电机,解析计算会更加复杂。

为了降低传统子域解析模型的计算复杂度同时保持电磁计算精度,本文以表贴式永磁游标电机为例,提出一种改进的子域解析模型计算其电磁参数。该方法基于拉普拉斯方程或泊松方程在电机二维平

面场的不同区域求解,采用分离变量法,结合边界条件和界面条件,在准笛卡尔坐标系下用双曲函数表示气隙矢量磁位,与二维极坐标系下的解析模型相比,该模型系数矩阵小,有效降低了计算的复杂度。最后,通过有限元分析和样机实验测试分别验证了传统解析和改进解析模型,结果均表明改进后的解析模型可行且有效。

1 磁场调制机理

图 1(a)为表贴式永磁游标电机拓扑结构图,定子槽内绕组为双层绕组。定子开口槽引起气隙磁导变化,从而对转子上的永磁体磁场和定子上的电枢磁场均进行调制,使调制好的谐波磁场相互作用。图 1(b)为 12 槽 20 极表贴式永磁游标电机空载气隙工作磁场示意图。

由图 1 可知,表贴式永磁游标电机主要有 3 个工作谐波磁场。

(1) $Z - p_r$ 对极(即 p_s 对极)的调制磁场 B_{g1} ,转速为 $(p_r/p_s)N_r$,转动方向与转子旋转方向相反。其中 Z 是定子槽数; p_r 是转子永磁体极对数; p_s 是定子绕组极对数。

(2) p_r 对极的永磁体基波磁场 B_{g0} ,转速为 N_r 。

(3) $Z + p_r$ 对极的调制磁场 B_{g2} ,转速为 $[p_r/(Z+p_r)]N_r$,转动方向与转子旋转方向相同。

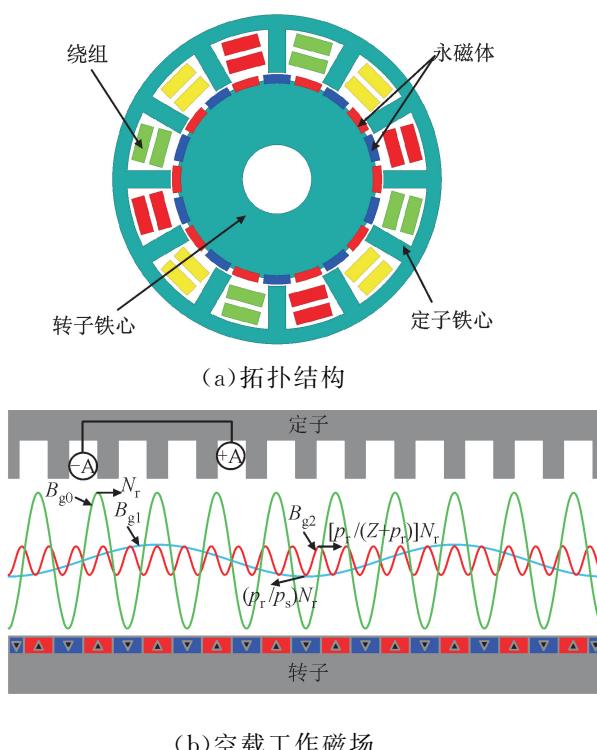


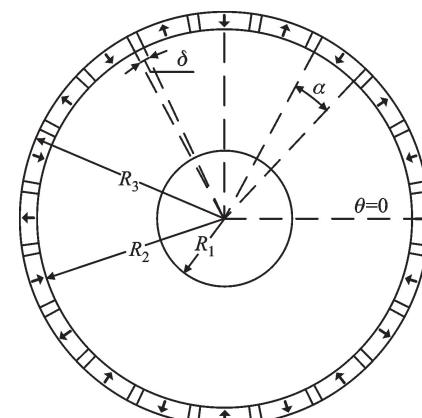
图 1 表贴式永磁游标电机磁场调制示意图

Fig. 1 Schematic diagram of magnetic field modulation of SPMVM

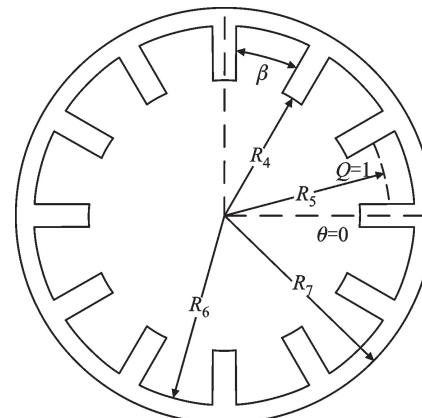
2 解析模型

根据子域解析法的分段离散化思想,对电机整体磁场求解域进行分块建模,将求解区域分为磁场边界连续可求解的多个子区域,根据不同区域的特性建立矢量磁位方程,然后通过边界(面)条件对各子域矢量方程进行求解,获得电机性能与设计参数之间的解析表达式。为便于建模与分析,针对图 2 所示游标电机拓扑结构做出以下假设:①忽略端部效应;②定、转子铁心磁导率无穷大,即 $\mu_{Fe} \rightarrow \infty$;③定子槽内上、下排布线圈边的电流密度均匀分布。

R_1 为转子内半径; R_2 为转子外表面半径; R_3 为永磁体外表面半径; R_4 为定子内半径; R_5 为定子槽内层绕组半径; R_6 为定子槽深半径; R_7 为定子外表面半径; α 为永磁体宽角; β 为槽宽角; δ 为相邻永磁体间隔角; Q 为绕组节距。



(a) 转子结构



(b) 定子结构

图 2 表贴式永磁游标电机拓扑结构示意图

Fig. 2 Structure of SPMVM

子域解析模型是一种根据电机的结构和材料属性将电机划分为多个计算子域的简化分析模型,通常用于电机初始设计阶段的参数计算与优化。由于子域解析方法的分析区域在二维平面内,因此在电机轴向有限长度范围内所产生的三维端部效应可忽

略不计。在分析电机气隙和槽内磁场时, 磁力线都是垂直穿过铁心表面的, 沿着铁心表面磁场强度的切向分量为 0, 即 $H_t = 0$, $\frac{\partial \mathbf{A}}{\partial n} = 0$, \mathbf{A} 为矢量磁位, 满足诺依曼边界条件, 因此通常假设定、转子磁导率无穷大, 以便于问题的求解。对于本文研究的表贴式永磁游标电机而言, 定子槽为形状规则的开口槽, 不考虑定子绕组中涡流引起的集肤效应, 假设定子槽内上、下排布线圈边的电流密度均匀分布。

为了求解表贴式永磁游标电机的二维磁场, 根据激励源和材料特性的不同划分子域。由于定、转子铁心材料磁导率趋于无穷大, 故可将电机磁场求解域划分为 3 类区域: 磁化区(永磁体)、载流区(绕组)和无源区(气隙), 如图 3 所示。每个子域由规则形状与相应的边界条件构成, 子域中的矢量磁位分布分别用 \mathbf{A}_I 、 \mathbf{A}_{II} 和 \mathbf{A}_{III} 表示。

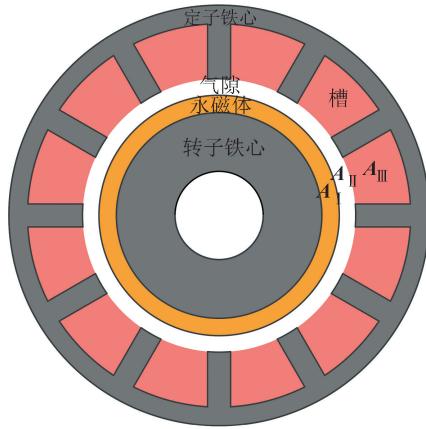


图 3 表贴式永磁游标电机子域划分
Fig. 3 Subdomain division of SPMVM

子域 I 表示转子永磁体, 满足 $R_2 \leq r \leq R_3$, $-\frac{\alpha}{2} + \frac{k\pi}{p_r} \leq \theta \leq \frac{\alpha}{2} + \frac{k\pi}{p_r}$, 其中 $k=1, 2, \dots, p_r$, 磁导率为 μ_{rm} 。子域 II 表示气隙, 满足 $R_3 \leq r \leq R_4$, $0 \leq \theta \leq 2\pi$ 。子域 III 表示定子槽, 满足 $R_4 \leq r \leq R_6$, 其磁导率为 μ_0 。

3 坐标变换

根据解析计算模型求解每个子域中的拉普拉斯方程或泊松方程的一般解。二维极坐标下的拉普拉斯方程为

$$\frac{\partial^2 \mathbf{A}_x}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \mathbf{A}_x}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 \mathbf{A}_x}{\partial \theta^2} = 0 \quad (1)$$

式中: $R_1 \leq r \leq R_2$, $\theta_1 \leq \theta \leq \theta_2$ 。

对于无源区域, 矢量磁位 \mathbf{A}_x 满足

$$\frac{\partial^2 \mathbf{A}_x}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \mathbf{A}_x}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 \mathbf{A}_x}{\partial \theta^2} = 0 \quad (2)$$

对于永磁体区域, 矢量磁位 \mathbf{A}_x 满足

$$\frac{\partial^2 \mathbf{A}_x}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \mathbf{A}_x}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 \mathbf{A}_x}{\partial \theta^2} = -\frac{\mu_0}{r} \left(\mathbf{M}_\theta - \frac{\partial \mathbf{M}_r}{\partial \theta} \right) \quad (3)$$

式中: \mathbf{M}_θ 、 \mathbf{M}_r 分别为永磁体切向极化强度和径向极化强度。

对于有源区域, 矢量磁位 \mathbf{A}_x 满足

$$\frac{\partial^2 \mathbf{A}_x}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \mathbf{A}_x}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 \mathbf{A}_x}{\partial \theta^2} = -\mu_0 \mathbf{J} \quad (4)$$

式中: \mathbf{J} 为槽内绕组外加电流密度。采用以上拉普拉斯方程或泊松方程进行求解时, 由于系数矩阵大, 计算复杂, 因此进行对数变换, 简化待定系数求解。

令 $r=R_1 e^{-t}$ ^[26], 将 r 代入式(1), 得

$$\frac{\partial^2 \mathbf{A}_x}{\partial t^2} + \frac{\partial^2 \mathbf{A}_x}{\partial \theta^2} = 0 \quad (5)$$

式中: $\ln\left(\frac{R_1}{R_2}\right) \leq t \leq 0$; $\theta_1 \leq \theta \leq \theta_2$ 。

式(5)为准笛卡尔坐标下的解析表达式。因此, 得到基于双曲函数的矢量磁位的解析表达式。

对于无源区域, 矢量磁位 \mathbf{A}_x 满足

$$\frac{\partial^2 \mathbf{A}_x}{\partial t^2} + \frac{\partial^2 \mathbf{A}_x}{\partial \theta^2} = 0 \quad (6)$$

对于永磁体区域, 矢量磁位 \mathbf{A}_x 满足

$$\frac{\partial^2 \mathbf{A}_x}{\partial t^2} + \frac{\partial^2 \mathbf{A}_x}{\partial \theta^2} = -\frac{\mu_0 e^t}{R_i} \left(\mathbf{M}_\theta - \frac{\partial \mathbf{M}_r}{\partial \theta} \right) \quad (7)$$

对于有源区域, 矢量磁位 \mathbf{A}_x 满足

$$\frac{\partial^2 \mathbf{A}_x}{\partial t^2} + \frac{\partial^2 \mathbf{A}_x}{\partial \theta^2} = -\mu_0 J R_i^2 e^{-2t} \quad (8)$$

4 各子域磁场的解析计算

4.1 定子槽子域矢量磁位的泊松方程求解

定子槽子域为有源区域且为双层绕组形式, 如图 4 所示, 其泊松方程由下式给出

$$\begin{cases} \frac{\partial^2 \mathbf{A}_{III}}{\partial t^2} + \frac{\partial^2 \mathbf{A}_{III}}{\partial \theta^2} = -\mu_0 J R_i^2 e^{-2t} \\ -\frac{\beta}{2} + \frac{2k\pi}{Z} \leq \theta \leq \frac{\beta}{2} + \frac{2k\pi}{Z}, t_8 \leq t \leq t_7 \end{cases} \quad (9)$$

式中: $t_8 = \ln(R_4/R_6)$; $t_7 = 0$; Z 为定子槽数。

矢量磁位在定子槽底和两侧的边界条件如下

$$\begin{cases} \frac{\partial \mathbf{A}_{III}}{\partial \theta} \Big|_{-\frac{\beta}{2} + \frac{2k\pi}{Z}} = 0 \\ \frac{\partial \mathbf{A}_{III}}{\partial \theta} \Big|_{\frac{\beta}{2} + \frac{2k\pi}{Z}} = 0 \end{cases} \quad (10)$$

$$\frac{\partial \mathbf{A}_{III}}{\partial t} \Big|_{t=t_8} = 0 \quad (11)$$

根据边界条件, 采用分离变量法求解方程式(9)的通

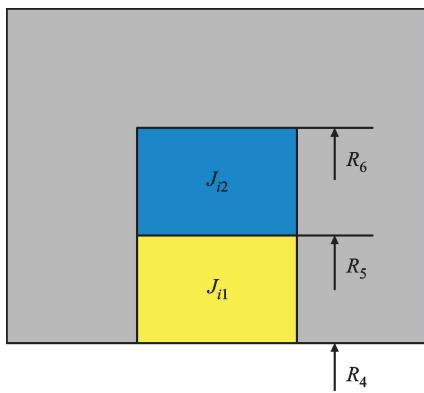


图 4 定子槽与绕组形式

Fig. 4 Stator slot and winding configurations

解如下

$$A_{\text{III}}(t, \theta) = a_0^{\text{III}} - \frac{1}{2}\mu_0 J_i \left(e^{-t_8} t + \frac{1}{2} e^{-2t+t_8} \right) + \sum_{n=1}^{\infty} \left(a_n^{\text{III}} \frac{K\beta}{n\pi} \right) \cos \left(\frac{n\pi}{\beta} \left(\theta + \frac{\beta}{2} - \frac{2k\pi}{Z} \right) \right) \quad (12)$$

式中: $K = \cosh \left(\frac{n\pi}{\beta} (t-t_8) \right) / \cosh \left(\frac{n\pi}{\beta} (t_7-t_8) \right)$; n 为正整数; 待定系数 a_0^{III} 和 a_n^{III} 根据矢量磁位的连续性和边界条件确定。

由于矢量磁位在子域 III 和子域 II 边界处的连续性, 即

$$\begin{cases} A_{\text{III}}(t_7, \theta) = A_{\text{II}}(t_6, \theta) \\ -\frac{\beta}{2} + \frac{2k\pi}{Z} \leq \theta \leq \frac{\beta}{2} + \frac{2k\pi}{Z} \end{cases} \quad (13)$$

根据式(13)可得

$$\begin{cases} a_0^{\text{III}} = \frac{1}{4} \mu_0 J_i e^{t_8} + \frac{1}{\beta} \int_{-\beta/2+2k\pi/Z}^{\beta/2+2k\pi/Z} A_{\text{II}}(t_6, \theta) d\theta \\ a_n^{\text{III}} = \frac{2}{\beta} \int_{-\beta/2+2k\pi/Z}^{\beta/2+2k\pi/Z} A_{\text{II}}(t_6, \theta) \cos \left(\frac{n\pi\theta}{\beta} \right) d\theta \end{cases} \quad (14)$$

4.2 气隙矢量磁位的拉普拉斯方程求解

对于子域 II, 矢量磁位 \mathbf{A}_{II} 满足

$$\begin{cases} \frac{\partial^2 \mathbf{A}_{\text{II}}}{\partial t^2} + \frac{\partial^2 \mathbf{A}_{\text{II}}}{\partial \theta^2} = 0 \\ 0 \leq \theta \leq 2\pi, t_6 \leq t \leq t_5 \end{cases} \quad (15)$$

式中: $t_6 = \ln(R_3/R_4)$; $t_5 = 0$ 。

考虑周期性边界条件, 求解方程式(15)的通解为

$$A_{\text{II}}(t, \theta) = \sum_{n=1}^{\infty} (K_1 a_n^{\text{II}} + K_2 b_n^{\text{II}}) \cos(n\theta) + \sum_{n=1}^{\infty} (K_1 c_n^{\text{II}} + K_2 d_n^{\text{II}}) \sin(n\theta) \quad (16)$$

式中: n 为正整数; a_n^{II} 、 b_n^{II} 、 c_n^{II} 和 d_n^{II} 为待定系数;

$$K_1 = \frac{1}{n} \frac{\cosh(n(t-t_5))}{\sinh(n(t_6-t_5))}; K_2 = \frac{1}{n} \frac{\cosh(n(t-t_6))}{\sinh(n(t_5-t_6))}.$$

矢量磁位在子域 II 的边界条件确定如下

$$\begin{cases} \frac{\partial \mathbf{A}_{\text{II}}}{\partial t} \Big|_{t=t_5} = \frac{\partial \mathbf{A}_{\text{I}}}{\partial t} \Big|_{t=t_4} = g(\theta) \\ -\frac{\alpha}{2} + \frac{k\pi}{p_r} \leq \theta \leq \frac{\alpha}{2} + \frac{k\pi}{p_r} \end{cases} \quad (17)$$

根据式(17)可得

$$a_n^{\text{II}} = \frac{1}{\pi} \int_{-\alpha/2+k\pi/p_r}^{\alpha/2+k\pi/p_r} g(\theta) \cos(n\theta) d\theta \quad (18)$$

$$c_n^{\text{II}} = \frac{1}{\pi} \int_{-\alpha/2+k\pi/p_r}^{\alpha/2+k\pi/p_r} g(\theta) \sin(n\theta) d\theta \quad (19)$$

$$\begin{cases} \frac{\partial \mathbf{A}_{\text{II}}}{\partial t} \Big|_{t=t_6} = \frac{\partial \mathbf{A}_{\text{III}}}{\partial t} \Big|_{t=t_7} = h(\theta) \\ -\frac{\beta}{2} + \frac{2k\pi}{Z} \leq \theta \leq \frac{\beta}{2} + \frac{2k\pi}{Z} \end{cases} \quad (20)$$

根据式(20)可得

$$b_n^{\text{II}} = \frac{1}{\pi} \int_{-\beta/2+2k\pi/Z}^{\beta/2+2k\pi/Z} h(\theta) \cos(n\theta) d\theta \quad (21)$$

$$d_n^{\text{II}} = \frac{1}{\pi} \int_{-\beta/2+2k\pi/Z}^{\beta/2+2k\pi/Z} h(\theta) \sin(n\theta) d\theta \quad (22)$$

4.3 转子永磁体子域矢量磁位的泊松方程求解

对于子域 I, 矢量磁位 \mathbf{A}_{I} 满足

$$\begin{cases} \frac{\partial^2 \mathbf{A}_{\text{I}}}{\partial t^2} + \frac{\partial^2 \mathbf{A}_{\text{I}}}{\partial \theta^2} = -\frac{\mu_{\text{rm}} e^t}{R_2} \left(\mathbf{M}_\theta - \frac{\partial \mathbf{M}_r}{\partial \theta} \right) \\ -\frac{\alpha}{2} + \frac{k\pi}{p_r} \leq \theta \leq \frac{\alpha}{2} + \frac{k\pi}{p_r}, t_4 \leq t \leq t_3 \end{cases} \quad (23)$$

式中: $t_4 = \ln(R_2/R_3)$; $t_3 = 0$ 。

$$\alpha = \frac{\pi \alpha_p}{p_r} \quad (24)$$

$$\beta = \frac{(1 - \alpha_p)\pi}{p_r} \quad (25)$$

式中: α_p 为永磁体极弧系数。

4.3.1 永磁体径向磁化

表贴式永磁体展开的示意图如图 5 所示, 表贴式永磁体径向磁化的径向和切向分量可以表示为

$$\begin{cases} M_{rn} = \frac{4(-1)^k B_r}{\mu_{\text{rm}} n \pi} \sin \left(\frac{n\pi\alpha_p}{p_r} \right) \\ M_{\theta n} = 0 \end{cases} \quad (26)$$

式中: B_r 为永磁体剩磁密度。

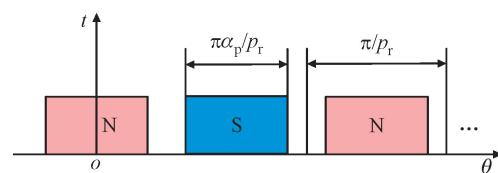


图 5 表贴式永磁体展开图

Fig. 5 View of permanent magnets

4.3.2 永磁体平行磁化

永磁体平行磁化的径向和切向分量可表示为

$$\begin{cases} M_{rn} = \frac{B_r}{\mu_{rm}} \alpha_p [A_{1n}(\alpha_p) + A_{2n}(\alpha_p)] \\ M_{\theta n} = \frac{B_r}{\mu_{rm}} \alpha_p [A_{1n}(\alpha_p) - A_{2n}(\alpha_p)] \end{cases} \quad (27)$$

$$A_{1n}(\alpha_p) = \frac{\sin((np+1)\pi\alpha_p/2p_r)}{(np+1)\pi\alpha_p/2p_r} \quad (28)$$

$$A_{2n}(\alpha_p) = \begin{cases} \frac{\sin((np-1)\pi\alpha_p/2p_r)}{(np-1)\pi\alpha_p/2p_r}, & np \neq 1 \\ 1, & np = 1 \end{cases} \quad (29)$$

4.3.3 表贴式永磁体径向磁化的泊松方程求解

对于表贴式永磁体径向磁化的结构设计,永磁体子域的第二类边界条件为

$$\left. \frac{\partial \mathbf{A}_I}{\partial t} \right|_{t=t_3} = 0 \quad (30)$$

$$\left. \frac{\partial \mathbf{A}_I}{\partial \theta} \right|_{\theta=-\frac{\alpha}{2}+\frac{k\pi}{p}} = R_2 e^{-t} (-1)^k B_r \quad (31)$$

$$\left. \frac{\partial \mathbf{A}_I}{\partial \theta} \right|_{\theta=\frac{\alpha}{2}+\frac{k\pi}{p}} = R_2 e^{-t} (-1)^k B_r \quad (32)$$

根据方程式(26),利用分离变量法得到泊松方程式的通解可表示如下

$$A_I(t, \theta) = \sum_{n=1}^{\infty} \left(Ma_n^I + X_n^I(t) \cos\left(\frac{n\pi\alpha_p}{2}\right) \right) \cos(n\theta) + \sum_{n=1}^{\infty} \left(Mc_n^I + X_n^I(t) \sin\left(\frac{n\pi\alpha_p}{2}\right) \right) \sin(n\theta) \quad (33)$$

$$M = \frac{\cosh(n(t-t_4))}{\cosh(n(t_3-t_4))} \quad (34)$$

$$X_n^I(t) = \left(1 + \frac{1}{n} e^{(n+1)t} \right) f_n(t) - M \left(1 + \frac{1}{n} e^{(n+1)t_3} \right) f_n(t_3) \quad (35)$$

$$f_n(t) = \begin{cases} \mu_0 \frac{np M_{rn} + M_{\theta n}}{1 - np^2} R_2 e^{-t}, & np \neq 1 \\ 0, & np = 1 \end{cases} \quad (36)$$

式中: n 为正整数; 系数 a_n^I 和 c_n^I 根据边界条件确定。

矢量磁位的边界条件为

$$A_I(t_4, \theta) = A_{II}(t_5, \theta) \quad (37)$$

根据式(33)可以确定 a_n^I 和 c_n^I

$$a_n^I = \frac{2}{\beta} \int_{-\alpha/2+k\pi/p_r}^{\alpha/2+k\pi/p_r} A_{II}(t_5, \theta) \cos(n\theta) d\theta \quad (38)$$

$$c_n^I = \frac{2}{\beta} \int_{-\alpha/2+k\pi/p_r}^{\alpha/2+k\pi/p_r} A_{II}(t_5, \theta) \sin(n\theta) d\theta \quad (39)$$

各子域的磁通密度可根据各子域的矢量磁位求解

$$\begin{cases} B_t = \frac{1}{r} \frac{\partial A}{\partial \theta} = \frac{e^t}{R_i} \frac{\partial A}{\partial \theta} \\ B_\theta = -\frac{\partial A}{\partial r} = \frac{e^t}{R_i} \frac{\partial A}{\partial t} \end{cases} \quad (40)$$

5 电磁参数计算

5.1 电磁转矩计算

利用麦克斯韦应力张量法计算电磁转矩,并表示为

$$T_e = \frac{L_s}{\mu_0} \int_0^{2\pi} B_t I_t(t_e, \theta) B_\theta I_\theta(t_e, \theta) d\theta \quad (41)$$

式中: L_s 为电机轴向有效长度; $t_e = \ln(R_3/R_e)$; $R_e = (R_3 + R_4)/2$ 。

5.2 磁通量计算

对于双层绕组,三相磁链为

$$\begin{bmatrix} \psi_a \\ \psi_b \\ \psi_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \psi_{1a} \\ \psi_{1b} \\ \psi_{1c} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \psi_{2a} \\ \psi_{2b} \\ \psi_{2c} \end{bmatrix} \quad (42)$$

$$\begin{bmatrix} \psi_{1a} \\ \psi_{1b} \\ \psi_{1c} \end{bmatrix} = \frac{N_s}{2} \mathbf{C}_1^T [\varphi_{11}, \varphi_{12}, \varphi_{13}, \dots, \varphi_{1Z}] \quad (43)$$

$$\begin{bmatrix} \psi_{2a} \\ \psi_{2b} \\ \psi_{2c} \end{bmatrix} = \frac{N_s}{2} \mathbf{C}_2^T [\varphi_{21}, \varphi_{22}, \varphi_{23}, \dots, \varphi_{2Z}] \quad (44)$$

定子槽与每相绕组的排布矩阵为

$$\mathbf{C}_1 = \mathbf{C}_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & -1 \end{bmatrix} \quad (45)$$

对于定子槽,磁通量由下式计算

$$\varphi_{1i} = -\frac{2L_s R_4^2}{k_f S} \int_0^{\frac{\beta}{2}} \int_0^{t_8} A_{III}(t, \theta) e^{-2t} dt d\theta \quad (46)$$

$$\varphi_{2i} = -\frac{2L_s R_4^2}{k_f S} \int_{\frac{\beta}{2}}^{\beta} \int_0^{t_6} A_{III}(t, \theta) e^{-2t} dt d\theta \quad (47)$$

式中: k_f 为定子槽满率; S 为定子槽截面积。

5.3 空载反电动势计算

三相反电动势为

$$\begin{cases} E_a = \omega \frac{d\psi_a}{d\theta} \\ E_b = \omega \frac{d\psi_b}{d\theta} \\ E_c = \omega \frac{d\psi_c}{d\theta} \end{cases} \quad (48)$$

式中, ω 为转子角速度。

基于改进子域解析模型的计算流程如图 6 所示,首先通过坐标变换实现模型简化处理,确定各子域矢量磁位方程的解析解,然后进行电机电磁参数计算,为下一步与有限元法计算结果进行对比分析奠定基础。

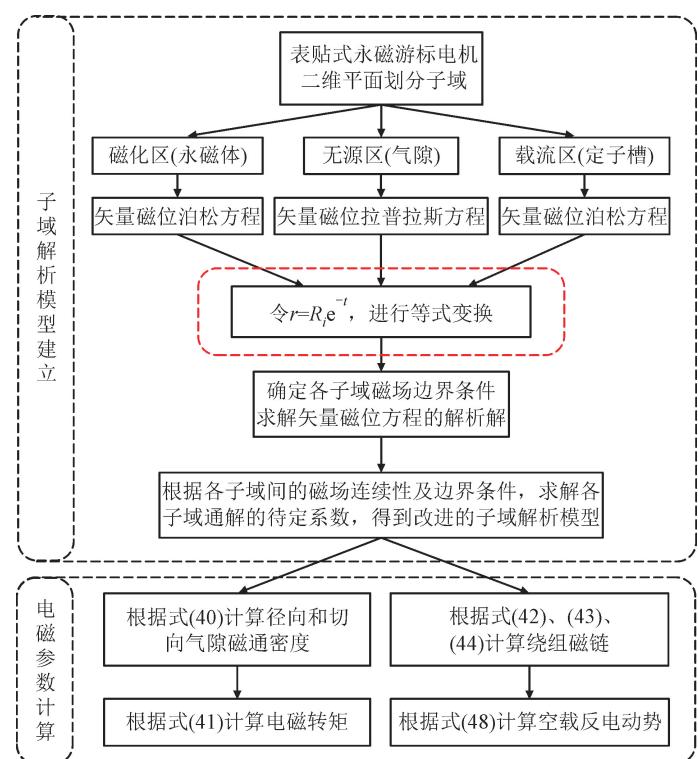


图 6 改进子域解析模型的计算流程

Fig. 6 Flow diagram of the improved subdomain analytical model

6 有限元分析与对比

本文以额定功率为 1 kW、定子槽数为 12、定子绕组极对数为 2、永磁体极对数为 10、极比为 5 的表贴式永磁游标电机为例,验证改进后解析模型的可行性和准确性。通过 JMAG 有限元分析软件建立模型,在相同的计算条件下,计算了空载气隙磁密、空载反电动势和额定转矩,分别与传统解析方法和改进解析方法的计算结果进行比较。表贴式永磁游标电机具体参数见表 1。

表 1 表贴式永磁游标电机具体参数

Table 1 Parameters of SPMVM

参数	数值
定子槽数 Z	12
定子极对数 p_s	2
转子极对数 p_r	10
定子外径 R_7/mm	62
定子内径 R_6/mm	40.3
气隙长度 g/mm	0.8
转子内径 R_1/mm	16
永磁体厚度 H_m/mm	3.3
转速 $N_r/(\text{r} \cdot \text{min}^{-1})$	500
每相串联匝数 N_s	125
定子齿宽 h_1/mm	6.8
定子轭宽 h_2/mm	5.5
铁心有效长度 L_s/mm	80

图 7 为表贴式永磁游标电机三维拓扑结构图。根据表 1 的参数建立有限元分析模型,额定转速设定为 500 r/min,进行空载电磁性能分析。图 8 为有限元模型的空载磁力线和磁密分布图。

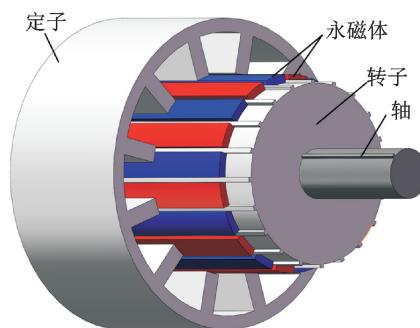


图 7 表贴式永磁游标电机三维拓扑结构

Fig. 7 3D topological structure of SPMVM

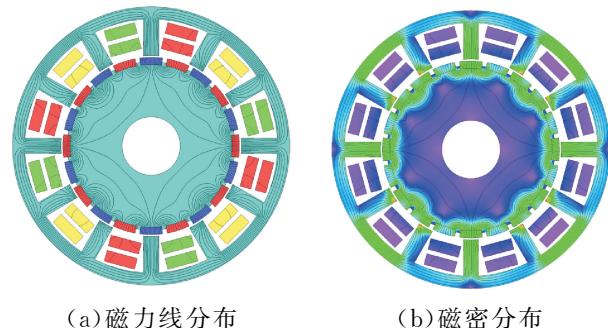


图 8 空载磁场有限元仿真

Fig. 8 No-load magnetic flux distribution

计算空载工况下的磁场分布,利用商用软件 JMAG 建立二维瞬态场。对表贴式永磁游标电机空载时的气隙磁场进行仿真,利用场计算器求解空载气隙磁密,如图 9 所示。

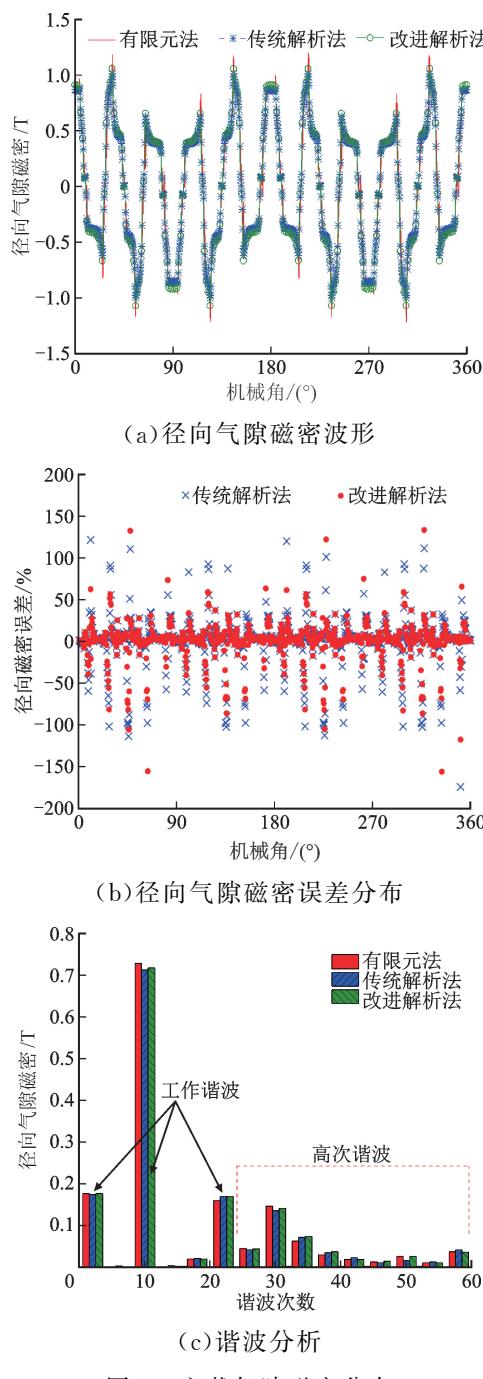


图 9 空载气隙磁密分布

Fig. 9 Airgap magnetic density distribution in no-load field

图 9(a)给出了径向气隙磁密的波形分布,由图可见,改进解析方法和有限元法得到的波形吻合良好,由于解析方法在计算时只选取了有限次谐波,忽略了其余高次谐波,因此只有在波形的尖峰出现一些误差,如果选取的谐波次数越多,计算结果就会越接近有限元分析结果,但是随着选取谐波次数的增加,计算量也会增大。图 9(b)为传统解析方法和改进解析方法的气隙径向磁密波形相对于有限元法各点的误差分布,由图 9 可知,改进后解析方法比传统解析方法的计算误差更小。图 9(c)是气隙径向磁密的谐波分析对比结果,其中 2、10、22 次谐波为主要工作谐波,其余谐波为高次谐波。以有限元法计算结果为标

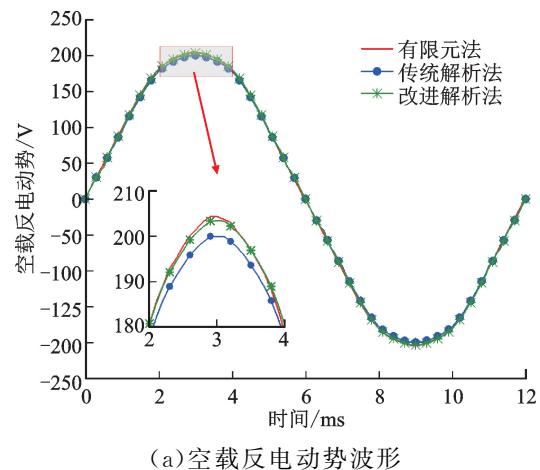
准值,对传统解析方法和改进解析方法计算的主要工作谐波幅值进行误差分析,结果见表 2。从表 2 中的数据可以看出,采用传统解析方法计算 2 次工作谐波相对于有限元计算结果的误差为 1.2%,改进后的解析方法计算误差为 0.33%;采用传统解析方法计算 10 次工作谐波相对于有限元计算结果的误差为 2.12%,改进后的解析方法计算误差为 1.42%;采用传统解析方法计算 22 次工作谐波相对于有限元计算结果的误差为 5.71%,改进后的解析方法计算误差为 5.77%。由此可见,改进的解析方法对空载气隙磁密计算有较高的准确度,误差均在设计允许的范围内。

表 2 径向气隙磁密主要工作谐波幅值及误差比较

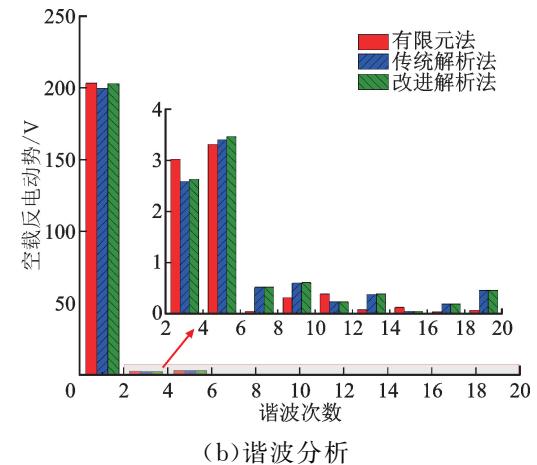
Table 2 The main work harmonic amplitude value and error

工作 谐波	磁通密度/T		磁通密度相对误差/%		
	FEM	改进前	改进后	改进前	改进后
2	0.175 77	0.173 66	0.176 35	1.20	0.33
10	0.727 64	0.712 25	0.717 32	2.12	1.42
22	0.159 81	0.168 93	0.169 04	5.71	5.77

在空载工况下,转速为 500 r/min 时,计算三相空载反电动势,结果如图 10 所示。两种解析方法计算的空载反电动势波形均接近正弦波,且与有限元法计算结果吻合较好。



(a)空载反电动势波形



(b)谐波分析

图 10 空载反电动势波形与谐波分析

Fig. 10 No-load back-EMF waveform and harmonic analysis

额定转速和电流的电磁转矩如图 11 所示,与传统解析方法相比,改进后的解析方法的电磁转矩计算结果更接近有限元法计算结果,电磁转矩脉动更小。

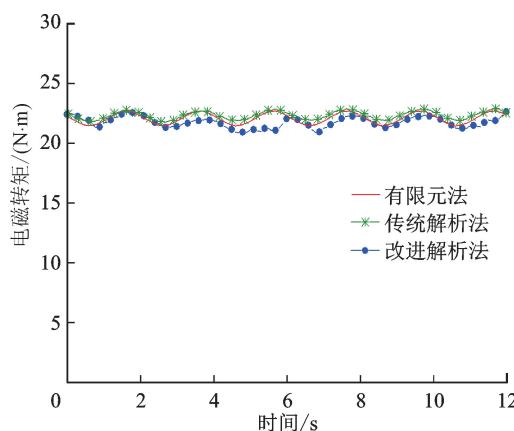


图 11 额定转速和电流的电磁转矩

Fig. 11 Electromagnetic torque at rated speed and current

分别通过传统解析法、改进解析法和有限元法计算三相绕组磁链波形如图 12 所示,两种解析方法计算所得的磁链波形与有限元计算均存在一定误差,这是因为在计算每一个线圈的磁链时误差被积累。

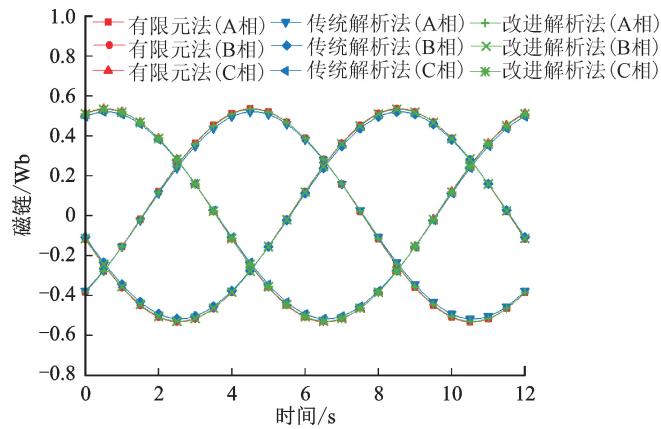


图 12 3 种方法的三相绕组磁链波形

Fig. 12 Flux linkage of three-phase windings using three methods

7 样机测试与验证

为了验证改进子域解析方法的有效性和准确性,根据表 1 中的电机参数加工制作了表贴式永磁游标电机,实验平台如图 13 所示。

通过实验平台测试了空载额定转速为 500 r/min 时的三相反电动势,如图 14(a)所示,有效值为 133 V,频率为 83.33 Hz。图 14(b)是 A 相空载反电动势测量值结果与有限元法、两种解析方法计算结果对比,波形总体趋势基本一致。图 15(a)是转速为

400 r/min 时的三相空载反电动势实测波形,对 A 相的空载反电动势进行了比较,如图 15(b)所示。

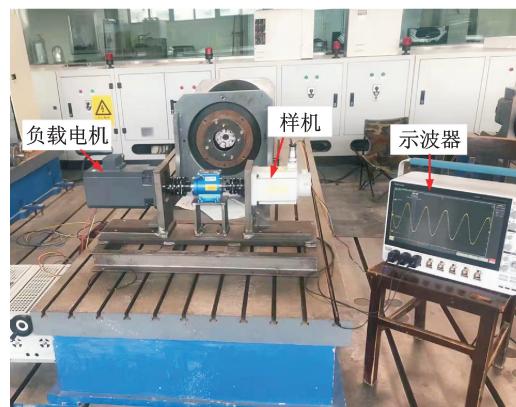
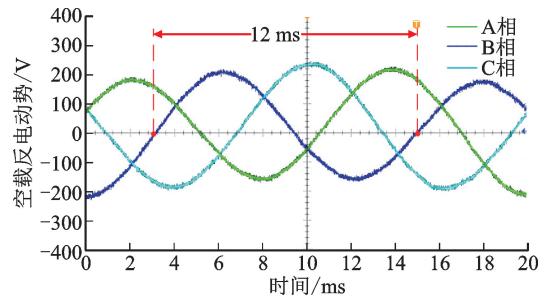
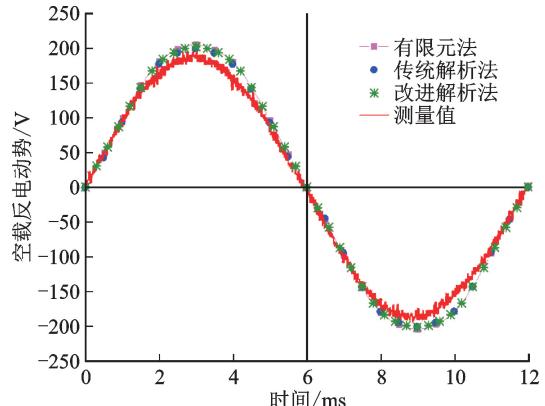


图 13 样机测试实验平台

Fig. 13 The test bench for the proposed SPMVM prototype



(a) 三相空载电动势测试波形

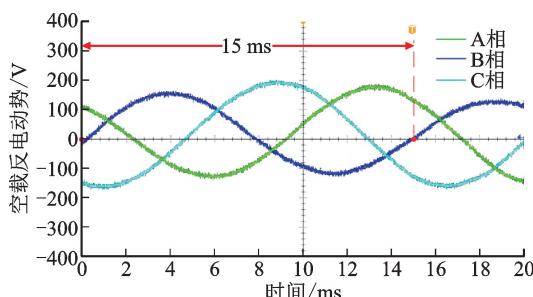


(b) A 相空载反电动势测量值与 3 种方法计算结果的对比

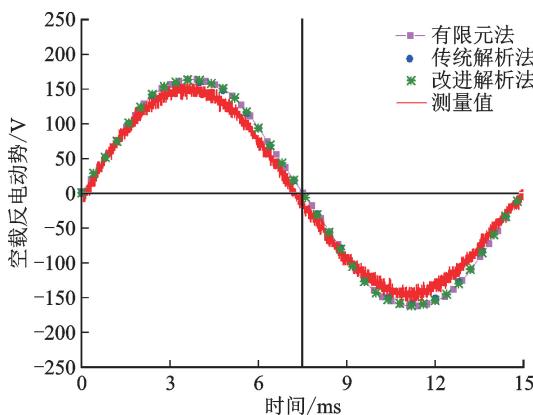
图 14 转速为 500 r/min 时的空载反电动势波形

Fig. 14 Comparison of the phase no-load back-EMF waveforms (500 r/min)

根据式(45)可知,反电动势的计算精度取决于磁链的计算精度,由图 14(b)、图 15(b)可以看出,采用有限元法和解析法的反电动势计算结果均略大于实际测量结果,这是因为在有限元法和解析法计算时默认定、转子铁心磁导率均为无穷大,永磁体相对磁导率为 1,且未考虑样机制作中的各类材料的实际特性与理想特性的误差以及样机制作的结构误差。



(a)三相空载电动势测试波形



(b)A 相空载反电动势测量值与 3 种方法计算结果的对比

图 15 转速为 400 r/min 时的空载反电势波形

Fig. 15 Comparison of the phase no-load back-EMF waveforms (400 r/min)

8 结 论

针对二维极坐标下的电机磁场子域解析模型数学方程多、系数矩阵大、计算过程复杂等问题,本文提出一种改进子域解析模型用于表贴式永磁游标电机磁场分析模型。该模型在准笛卡尔坐标系下表示各子域矢量磁位的拉普拉斯方程和泊松方程,采用分离变量法确定每个子域的拉普拉斯方程或泊松方程的通解,然后将方程的解简化为双曲函数形式,解析表达式比二维极坐标系更简单。与传统解析模型、有限元模型、样机实验测试进行对比,可以得出以下结论:

(1)与二维极坐标系下的传统电机磁场子域解析模型相比,该模型通过坐标变换,减少了矢量磁位方程数量,降低了原始模型系数矩阵复杂度,缩短了运算时间;

(2)通过与传统解析模型、有限元模型、样机实验测试数据对比,得到空载气隙磁密、转矩、空载反电动势的波形趋势一致且吻合较好,虽有误差但都在设计允许的误差范围以内,从而保证了原有解析计算的精度;

(3)在电机设计中,虽然有限元分析有诸多便利之处,但本文改进的解析方法对于对称性弱的永磁

游标电机初始优化设计和反向验证方面也不失为一种快速便捷的计算方法。

参 考 文 献:

- [1] 马伟明, 王东, 程思为, 等. 高性能电机系统的共性基础科学问题与技术发展前沿 [J]. 中国电机工程学报, 2016, 36(8): 2025-2035.
MA Weiming, WANG Dong, CHENG Siwei, et al. Common basic scientific problems and development of leading-edge technology of high performance motor system [J]. Proceedings of the CSEE, 2016, 36(8): 2025-2035.
- [2] 花为, 朱晓锋. 磁通反向永磁电机及其关键技术综述 [J]. 中国电机工程学报, 2020, 40(8): 2657-2669.
HUA Wei, ZHU Xiaofeng. Overview of flux-reversal permanent magnet machine and its key technologies [J]. Proceedings of the CSEE, 2020, 40(8): 2657-2669.
- [3] 黄海林, 李大伟, 曲荣海, 等. 磁齿轮复合永磁电机拓扑及应用综述 [J]. 电工技术学报, 2022, 37(6): 1381-1397.
HUANG Hailin, LI Dawei, QU Ronghai, et al. A review of magnetic geared machines: topologies and applications [J]. Transactions of China Electrotechnical Society, 2022, 37(6): 1381-1397.
- [4] 罗俊, 寇宝泉, 杨小宝. 双交替极横向磁通直线电机的优化与设计 [J]. 电工技术学报, 2020, 35(5): 991-1000.
LUO Jun, KOU Baoquan, YANG Xiaobao. Optimization and design of dual-consequent-pole transverse flux linear machine [J]. Transactions of China Electrotechnical Society, 2020, 35(5): 991-1000.
- [5] GUO Kaikai, GUO Youguang. Design and analysis of an outer mover linear-rotary vernier machine [J]. Journal of Electrical Engineering & Technology, 2022, 17(2): 1087-1095.
- [6] YU Jincheng, LIU Chunhua, ZHAO Hang. Design and multi-mode operation of double-stator toroidal-winding PM vernier machine for wind-photovoltaic hybrid generation system [J]. IEEE Transactions on Magnetics, 2019, 55(7): 1-7.
- [7] 林鹤云, 张洋, 阳辉, 等. 永磁游标电机的研究现状与最新进展 [J]. 中国电机工程学报, 2016, 36(18): 5021-5034, 5127.
LIN Heyun, ZHANG Yang, YANG Hui, et al. Overview and recent developments of permanent magnet vernier machines [J]. Proceedings of the CSEE, 2016, 36(18): 5021-5034, 5127.
- [8] 石玉君, 程子活, 塞林施. 两种典型的场调制型永磁

- 电机的对比分析 [J]. 电工技术学报, 2021, 36(1): 120-130.
- SHI Yujun, CHENG Zihuo, JIAN Linni. Comparative analysis of two typical field modulated Permanent-Magnet machines [J]. Transactions of China Electrotechnical Society, 2021, 36(1): 120-130.
- [9] GOLOVANOV D, GERADA C. An analytical subdomain model for dual-rotor permanent magnet motor with Halbach array [J]. IEEE Transactions on Magnetics, 2019, 55(12): 1-16.
- [10] 于吉坤, 李立毅, 张江鹏, 等. 定子开槽永磁同步电机气隙比磁导解析计算 [J]. 电工技术学报, 2016, 31(z1): 45-52.
- YU Jikun, LI Liyi, ZHANG Jiangpeng, et al. Analytical calculation of air-gap relative permeance in slotted permanent magnet synchronous motor [J]. Transactions of China Electrotechnical Society, 2016, 31(z1): 45-52.
- [11] XUE Likun, LUO Ling. Semi-analytical calculation of the unsaturated magnetic field distribution of a slotted spoke-type interior permanent magnet machine with conformal mapping method [J]. IEEE Transactions on Magnetics, 2022, 58(5): 1-10.
- [12] ALAM F R, ABBASZADEH K. Magnetic field analysis in eccentric surface-mounted permanent-magnet motors using an improved conformal mapping method [J]. IEEE Transactions on Energy Conversion, 2016, 31(1): 333-344.
- [13] MIRAZIMI M S, KIYOUmarsi A. Magnetic field analysis of SynRel and PMASynRel machines with hyperbolic flux barriers using conformal mapping [J]. IEEE Transactions on Transportation Electrification, 2020, 6(1): 52-61.
- [14] 庞古才, 邓智泉, 张忠明. 基于改进广义磁路法的表贴式永磁电机空载气隙磁场解析计算 [J]. 电工技术学报, 2019, 34(22): 4623-4633.
- PANG Gucai, DENG Zhiqian, ZHANG Zhongming. Analytical calculation of no-load air gap magnetic field in surface-mounted permanent magnet motor based on improved generalized magnetic circuit method [J]. Transactions of China Electrotechnical Society, 2019, 34(22): 4623-4633.
- [15] DIANATI B, HAHN I. Nonlinear modeling of MG-SPMs based on hybrid subdomain and magnetic equivalent circuitry [J]. IEEE Transactions on Magnetics, 2022, 58(1): 1-10.
- [16] ZHANG Linlin. An efficient modeling of air gap and nonlinear analysis of magnetic equivalent circuit for large turbogenerators under no-load condition [J]. IEEE Transactions on Magnetics, 2022, 58(2): 1-8.
- [17] 王明杰, 徐伟, 杨存祥, 等. 基于精确子域模型的永磁直线同步电机空载磁场解析计算 [J]. 电工技术学报, 2020, 35(5): 942-953.
- WANG Mingjie, XU Wei, YANG Cunxiang, et al. Analytical calculation of no-load magnetic field in permanent magnet linear synchronous motors based on an accurate subdomain model [J]. Transactions of China Electrotechnical Society, 2020, 35(5): 942-953.
- [18] 郭思源, 周理兵, 曲荣海, 等. 基于精确子域模型的游标永磁电机解析磁场计算 [J]. 中国电机工程学报, 2013, 33(30): 71-80.
- GUO Siyuan, ZHOU Libing, QU Ronghai, et al. Analytical magnetic field calculation of vernier permanent-magnet machines based on accurate subdomain model [J]. Proceedings of the CSEE, 2013, 33(30): 71-80.
- [19] ONER Y, ZHU Z Q, WU L J, et al. Analytical on-load subdomain field model of permanent-magnet vernier machines [J]. IEEE Transactions on Industrial Electronics, 2016, 63(7): 4105-4117.
- [20] 张守首, 郭思源. 基于子域分析模型的实心转子感应电机磁场解析 [J]. 电工技术学报, 2021, 36(20): 4285-4296.
- ZHANG Shoushou, GUO Siyuan. Analytical solution of magnetic field in solid rotor induction machine based on subdomain model [J]. Transactions of China Electrotechnical Society, 2021, 36(20): 4285-4296.
- [21] 常勇, 包广清, 何婷. 基于子域模型的高温超导绕组电机磁场解析计算 [J]. 电机与控制学报, 2022, 26(6): 121-133.
- CHANG Yong, BAO Guangqing, HE Ting. Analytical calculation of magnetic field of high temperature superconducting winding motors based on subdomain model [J]. Electric Machines and Control, 2022, 26(6): 121-133.
- [22] 李京泽, 吴新振, 陈春涛. 基于磁极分块的永磁电机气隙磁场解析计算 [J]. 中国电机工程学报, 2021, 41(18): 6390-6398.
- LI Jingze, WU Xinzen, CHEN Chuntao. Analytical calculation of air gap magnetic field for permanent magnet machines based on pole partition processing [J]. Proceedings of the CSEE, 2021, 41(18): 6390-6398.
- [23] CHEN Feixue, ZHANG Chi, CHEN Jinhua, et al. Accurate subdomain model for computing magnetic field of short moving-magnet linear motor with Halbach array [J]. IEEE Transactions on Magnetics, 2020, 56

- (9): 1-9.
- [24] 程博, 潘光, 毛昭勇. 轴向磁通电机中 Halbach 阵列永磁体的解析优化方法 [J]. 西安交通大学学报, 2020, 54(10): 77-83.
- CHENG Bo, PAN Guang, MAO Zhaoyong. Analytical optimization method for the Halbach array of permanent magnet in axial flux motor [J]. Journal of Xi'an Jiaotong University, 2020, 54(10): 77-83.
- [25] ZHU Z Q, WU L J, XIA Z P. An accurate subdomain model for magnetic field computation in slotted surface-mounted permanent-magnet machines [J]. IEEE Transactions on Magnetics, 2010, 46(4): 1100-1115.
- [26] JABBARI A, DUBAS F. A new subdomain method for performances computation in interior permanent-magnet (IPM) machines [J]. Iranian Journal of Electrical and Electronic Engineering, 2019, 16(1): 26-38.

(编辑 武红江)

基于能量的磁滞模型参数解析计算

常勇¹, 包广清², 陈俊全³, 杨巧玲¹

(1. 兰州理工大学 电气工程与信息工程学院, 甘肃 兰州 730050; 2. 西南石油大学 电气信息学院, 四川 成都 610500;
3. 海军工程大学 电磁能技术全国重点实验室, 湖北 武汉 430033)

摘要:针对传统磁滞建模方法未考虑电工钢片等磁性材料在磁化过程中自身的能量变化, 导致在实际复杂磁化环境工况中对铁磁材料磁滞特性的模拟精度受限。本文提出一种基于能量的磁滞模型参数解析计算方法。首先分析了外加磁场与钉扎点对应的可逆磁场的关系, 然后通过矫顽力随磁滞回环峰值的变化曲线确定分布函数 $W(h)$ 与不同磁场强度峰值的钉扎分布密度, 根据钉扎分布密度与外加磁场强度峰值的关系计算钉扎场强及其所占权重, 建立能量磁滞模型, 将模型离散方程转化为连续方程, 进行矢量化, 并给出基于能量磁滞模型的解析计算公式, 通过解析方法进行模型参数辨识。最后利用不同频率下测量的实验数据与解析模型预测结果对比, 并进行误差分析, 结果表明, 该解析方法计算精度保持在 95% 以上, 同时具有良好的识别速度和鲁棒性。

关键词: 电工钢片; 能量磁滞模型; 钉扎分布密度; 可逆磁场强度; 解析计算

DOI: 10.15938/j.emc.2025.07.016

中图分类号: TM614

文献标志码: A

文章编号: 1007-449X(2025)07-0165-14

Analytical calculation method for energy-based hysteresis model parameters

CHANG Yong¹, BAO Guangqing², CHEN Junquan³, YANG Qiaoling¹

(1. College of Electrical Engineering and Information Engineering, Lanzhou University of Technology, Lanzhou 730050, China;
2. School of Electronics and Information Engineering, Southwest Petroleum University, Chengdu 610500, China;
3. National Key Laboratory of Electromagnetic Energy, Naval University of Engineering, Wuhan 430033, China)

Abstract: The traditional hysteresis modeling method does not consider the energy changes of magnetic materials such as electrical steel sheets during the magnetization process, resulting in limited simulation accuracy of the hysteresis characteristics of ferromagnetic materials in actual complex magnetization environment conditions. An energy-based analytical calculation method was proposed for hysteresis model parameters. By the method the relationship was analyzed between the applied magnetic field and the reversible magnetic field corresponding to the pinning point, and then the distribution function $W(h)$ and the pinning distribution density of different magnetic field intensity peaks were determined through the variation curve of coercive force with the peak value of the hysteresis loop. Based on the relationship between the pinning distribution density and the peak value of the applied magnetic field intensity, the pinning field strength and weight were calculated, and an energy hysteresis model was established. The discrete

收稿日期: 2024-01-17

基金项目: 国家自然科学基金(51967012); 甘肃省青年科技基金计划(22JR5RA807); 兰州理工大学优秀博士学位论文培育计划项目; 甘肃省高等学校创新基金(2023A-199); 甘肃省自然科学基金(23JRRRA836)

作者简介: 常勇(1988—), 男, 博士研究生, 副教授, 研究方向为电机优化设计、电磁分析、现代电力传动控制系统设计;

包广清(1972—), 女, 博士, 教授, 博士生导师, 研究方向为新型电机设计与控制、新能源发电等;

陈俊全(1984—), 男, 博士, 副研究员, 研究方向为电磁材料;

杨巧玲(1978—), 女, 博士, 副教授, 研究方向为新型电机设计与控制、新能源发电等。

通信作者: 包广清

equation of the model was transformed into a continuous equation and vectorized, and an analytical calculation formula based on the energy hysteresis model was provided, and the model parameters were identified through analytical methods. Finally, the experimental data measured at different frequencies were compared with the predicted results of the analytical model, and error analysis was conducted. The results show that the analytical method has high computational accuracy, recognition speed, and robustness.

Keywords: electrical steel sheet; energy-based hysteresis model; pinning field distribution density; write criterion; reversible magnetic field intensity; analytical calculation

0 引言

电工钢片作为电机设备能量转换的核心部件,对提升设备效率、稳定运行具有重要意义。然而,在电机设计和电磁计算时,通常采用线性化处理或简单的磁化曲线来描述电工钢片的磁滞特性,导致与实际工程存在差异^[1]。尤其对于永磁电机,电工钢片和永磁体产生交叉耦合效应,呈现出复杂的非线性电磁特性,对电机性能、效率、损耗和多物理场产生显著影响^[2-4]。因此,精细模拟电工钢片等磁性材料的磁特性对于进一步提高电机效能至关重要^[5-7]。

目前,研究人员致力于提高对磁性材料磁滞特性的模拟精度,提出了各种磁滞模型。其中,Preisach 模型被认为是经典的磁滞建模方法之一,能准确模拟磁性材料的磁滞行为,但该方法需要大量算子模型进行数值积分,模型参数较多,计算时间长^[8-12]。Jiles-Atherton 模型是由 David Jiles 和 David Atherton 于 1984 年首次提出^[13]。相较于 Preisach 模型,Jiles-Atherton 模型的数学表达相对简洁,容易实现和计算,且能够充分考虑影响电工钢片磁化过程的环境因素,如温度、应力等^[14-17]。然而,Jiles-Atherton 模型的参数是在材料处于饱和磁化状态时确定的,这导致在模拟低磁密和谐波环境下的磁滞特性时存在较大误差。对于某些特殊磁性材料和复杂的磁滞行为,需要更多参数以适应实际情况,这增加了参数辨识的难度^[18]。Energetic 模型基于磁能密度的变化,通过对磁能的积分来描述材料的磁滞特性,主要关注材料磁能状态及其变化,从而捕捉磁滞回线的特征。该模型优点在于较好地反映了材料的磁滞特性,尤其适用于某些特殊的磁滞行为和复杂的材料结构,模拟精度较高。然而,该模型的参数识别过程相对复杂,且参数识别结果显著影响磁滞模型的计算准确性^[19-22]。以上所述磁滞模型

的预测精度均依赖于其参数辨识的精度,模型参数较多,参数辨识速度慢,因此成为研究人员关注的焦点^[23-25]。由于利用有限元法求解电机电磁多物理场非常耗时,若再引入此类磁滞模型,将进一步增加计算负担,同时也存在计算不收敛的风险^[26-27]。基于能量的磁滞模型是一种更全面的磁滞模型,基于热力学定律准确表征铁磁材料的滞后行为^[28-33]。该模型考虑了电工钢片在磁化过程中的能量损耗,更精确地描述磁性材料在外磁场作用下的磁化过程,并考虑了材料内部的能量转换和损耗,这在实际工程应用中非常重要。

为了实现超高效率电机精细化的优化设计,精确模拟其所用电工钢片等软磁材料的磁滞特性,本文提出了一种基于能量的解析模型。首先通过实验数据分析矫顽力随外加磁场强度峰值的变化规律,然后确定磁滞回线上的磁滞单元数量与外加磁场强度峰值之间的关系,计算钉扎场强及其对应权重值,建立磁滞模型,将模型离散方程转化为连续方程,推导基于能量的磁滞模型的解析计算公式,通过解析方法进行模型参数辨识。最后利用不同频率下测量的实验数据与解析模型计算结果对比,并进行误差分析,结果表明,该解析方法计算精度高,计算速度快且鲁棒性好,为高功率密度电机的优化设计所用材料提供数据支撑。

1 解析模型

磁滞现象是由于磁畴的磁化和反磁化过程引起的。磁化时,在外加磁场作用下,材料内部的磁畴会逐渐与外加磁场方向一致。随着外加磁场强度增加,磁畴的磁化会逐渐增强,直至饱和状态。反磁化时,当外加磁场减小至零或反向增大时,磁畴不会立即恢复初始状态,而是需要克服一定的钉扎场作用。对于理想晶体材料(无杂质),在单一磁场作用下,磁畴壁光滑,无摩擦力,没有额外的损耗,磁化过程

是可逆的,当外加磁场强度从大变为小时,磁化过程会完全相反地变化,磁畴回到初始状态,该磁化曲线称为无磁滞磁化曲线。当晶体材料中存在杂质或缺陷,内部产生小的磁空隙,这些磁空隙钉扎在磁畴壁上。每一个钉扎壁都对应一个局部能量的最小值,使得磁畴在磁化或反磁化过程中需要克服这些钉扎点的阻力。图1为磁畴示意图与磁滞产生机理,其中: M 为磁化强度; H 为磁场强度。随着材料内部杂质不断增多,出现连续密集的钉扎点,导致磁畴壁在进行磁化或反磁化时会从一个钉扎点跳跃到下一个钉扎点,从而产生了磁滞回线和不可逆损耗。

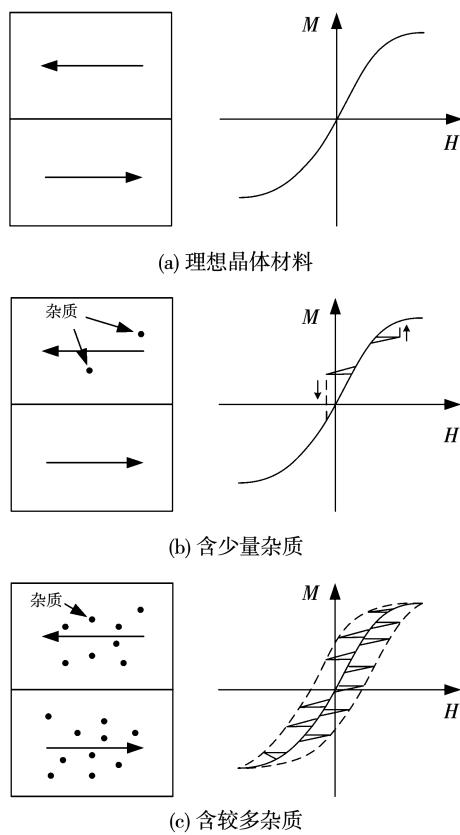


图1 磁畴示意图与磁滞产生机理

Fig.1 Magnetic domain illustration and mechanism of hysteresis generation

从电工钢片磁化过程中能量变化的角度考虑,将磁化过程类比为物理学中研究静摩擦力的滑块,这里滑块代表材料内部的磁畴,钉扎效应类似于静摩擦力,静摩擦力等效图如图2所示。通过能量分析来考虑磁化过程中的能量变化,将磁化过程中的能量流向分为两部分:一部分是可逆磁场强度,代表磁畴在外加磁场作用下克服摩擦力回到初始状态所做的功,没有能量损失;另一部分是不可逆磁场强

度,代表磁畴在钉扎效应的影响下不能完全返回初始状态,导致能量转化为热损耗。根据能量守恒定律,将两部分磁场强度的能量变化联系起来,建立基于能量的磁滞模型。

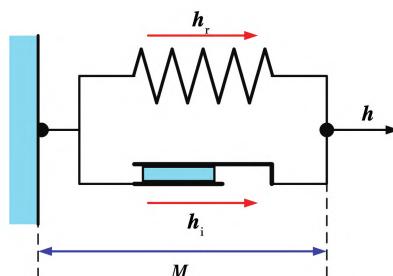


图2 静摩擦力等效图

Fig.2 Static friction force equivalent diagram

1.1 离散化模型

根据图2,将磁化过程中施加的磁场强度 \mathbf{h} 分解为可逆分量 \mathbf{h}_r 和不可逆分量 \mathbf{h}_i ,即

$$\mathbf{h} = \mathbf{h}_r + \mathbf{h}_i \quad (1)$$

可逆分量 \mathbf{h}_r 被离散化为 N 个力学单元(钉扎场总数为 N)所代表的可逆磁场强度 \mathbf{q}_k 的加权和,图3(a)和图3(b)分别表示 $N=1$ 和 $N=4$ 的 \mathbf{h} 矢量关系,总可逆磁场强度 \mathbf{h}_r 与每个钉扎点对应可逆磁场强度 \mathbf{q}_k 的关系^[26]满足

$$\mathbf{h}_r = \sum_{k=0}^{N-1} \omega_k \mathbf{q}_k \quad (2)$$

式中: ω_k 为权重系数,即 $\sum_{k=0}^{N-1} \omega_k = 1$,在多钉扎场作用下,每个钉扎点对应可逆磁场强度 \mathbf{q}_k 按照式(3)迭代更新:

$$\mathbf{q}_k = \begin{cases} \mathbf{q}_k^{k-1}, & \|\mathbf{h} - \mathbf{q}_k^{k-1}\| < \kappa_k; \\ \mathbf{h} - \kappa_k \cdot \frac{\mathbf{h} - \mathbf{q}_k^{k-1}}{\|\mathbf{h} - \mathbf{q}_k^{k-1}\|}, & \|\mathbf{h} - \mathbf{q}_k^{k-1}\| \geq \kappa_k. \end{cases} \quad (3)$$

式中: \mathbf{q}_k^{k-1} 为 \mathbf{q}_k 的前一时刻的值; κ_k 为钉扎场强。

模型的更新迭代规则示意图如图4(a)所示^[29]。只有当外力克服弹簧力作用后的值大于滑块的静摩擦力,才会有位移增量,该增量对应着磁化状态的改变。通过更新迭代确保模型能在每一时刻准确计算出新的磁化状态,从而提供对磁滞现象的精确描述。

磁化强度 \mathbf{m} 通过可逆分量 \mathbf{h}_r 获得,即

$$\mathbf{m} = M_{an}(\|\mathbf{h}_r\|) \cdot \frac{\mathbf{h}_r}{\|\mathbf{h}_r\|} \circ \quad (4)$$

式中 $M_{\text{an}}(\|\mathbf{h}_r\|)$ 为标量无磁滞磁化强度函数。

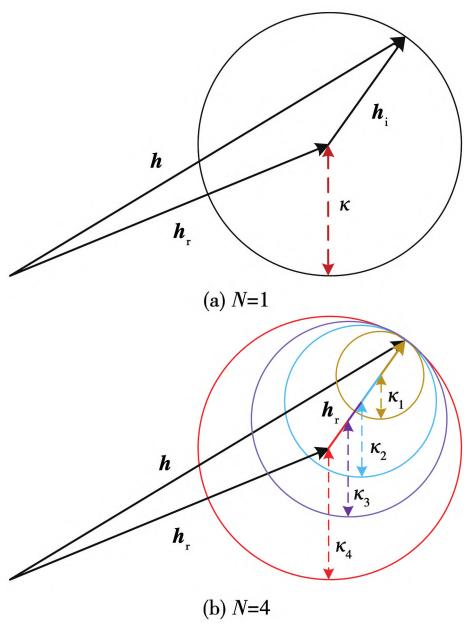


图 3 $N = 1$ 和 $N = 4$ 的 \mathbf{h} 矢量关系图

Fig. 3 Graphical representation of the vector equation with $N = 1$ and $N = 4$

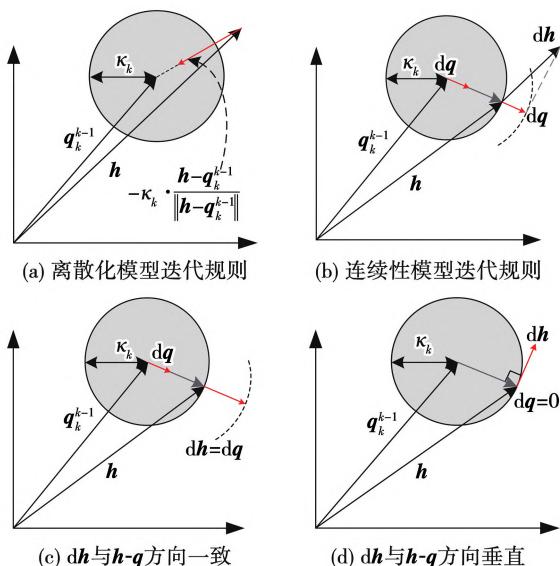


图 4 模型的更新迭代规则

Fig. 4 Cell update rule in the discrete case and in the continuous case

磁通密度为

$$\mathbf{b} = \mu_0(\mathbf{m} + \mathbf{h})。 \quad (5)$$

为了确定模型, 需确定 $M_{\text{an}}(\|\mathbf{h}_r\|)$ 的值和参数集合 $\{\omega_k, \kappa_k\}$ 。

1.2 连续性模型

将离散方程(2)改写为如下连续方程:

$$\mathbf{h}_r = \lim_{N \rightarrow \infty} \sum_{k=0}^{N-1} \omega_k \mathbf{q}_k = \int_0^1 \mathbf{q}(\omega) d\omega。 \quad (6)$$

式中: 用 $d\omega$ 代替 ω_k ; 可积函数 $\mathbf{q}(\omega)$ 代替 \mathbf{q}_k ; 将权重 $\sum_{k=0}^{N-1} \omega_k$ 按照升序排列, 即

$$0 \leq \omega_1 \leq \omega_2 \leq \dots \leq \sum_{k=0}^{N-2} \omega_k \leq \sum_{k=0}^{N-1} \omega_k = 1。 \quad (7)$$

将式(3)写成如下微分方程的形式, 即

$$d\mathbf{q} = (\mathbf{h} - \mathbf{q}) + d\mathbf{h} - \kappa \frac{(\mathbf{h} - \mathbf{q}) + d\mathbf{h}}{\|(\mathbf{h} - \mathbf{q}) + d\mathbf{h}\|}。 \quad (8)$$

为了确定连续性方程, 将式(8)写成一阶泰勒公式, 即

$$d\mathbf{q} = \frac{(\mathbf{h} - \mathbf{q}) [d\mathbf{h} \cdot (\mathbf{h} - \mathbf{q})]}{\|(\mathbf{h} - \mathbf{q})\|^2}。 \quad (9)$$

实际上

$$\frac{\|(\mathbf{h} - \mathbf{q})\|}{\|(\mathbf{h} - \mathbf{q}) + d\mathbf{h}\|} = \frac{\kappa}{\|(\mathbf{h} - \mathbf{q}) + d\mathbf{h}\|}。 \quad (10)$$

在 $d\mathbf{h} = 0$ 处附近进行线性化处理, 即

$$\frac{\|(\mathbf{h} - \mathbf{q})\|}{\|(\mathbf{h} - \mathbf{q}) + d\mathbf{h}\|} \approx 1 - \frac{d\mathbf{h} \cdot (\mathbf{h} - \mathbf{q})}{\|(\mathbf{h} - \mathbf{q})\|^2} = \frac{d\mathbf{h} \cdot (\mathbf{h} - \mathbf{q})}{\kappa^2}。 \quad (11)$$

代入式(8)可得

$$d\mathbf{q} \approx (\mathbf{h} - \mathbf{q}) + d\mathbf{h} - \left(1 - \frac{d\mathbf{h} \cdot (\mathbf{h} - \mathbf{q})}{\kappa^2}\right) [(\mathbf{h} - \mathbf{q}) + d\mathbf{h}]。 \quad (12)$$

连续性模型的更新迭代规则如图 4(b)所示, 忽略式(12)中的非线性项, 可得到式(9)。如图 4(c)所示, 当 $d\mathbf{h}$ 和 $\mathbf{h} - \mathbf{q}$ 方向一致时, $d\mathbf{q} = d\mathbf{h}$ 达到最大值。如图 4(d)所示, 如果 $d\mathbf{h}$ 垂直于向量 $\mathbf{h} - \mathbf{q}$, 则得到 $d\mathbf{q} = 0$ 。因此只有当 $d\mathbf{h} \cdot (\mathbf{h} - \mathbf{q}) > 0$ 时, 模型才会发生变化。因此有

$$d\mathbf{q} = (\mathbf{h} - \mathbf{q}) \frac{\max([d\mathbf{h} \cdot (\mathbf{h} - \mathbf{q})], 0)}{\|(\mathbf{h} - \mathbf{q})\|^2}。 \quad (13)$$

连续方程的更新迭代如下

$$d\mathbf{q} =$$

$$\begin{cases} (\mathbf{h} - \mathbf{q}) \frac{\max([d\mathbf{h} \cdot (\mathbf{h} - \mathbf{q})], 0)}{\|(\mathbf{h} - \mathbf{q})\|^2}, & \|(\mathbf{h} - \mathbf{q})\| = \kappa; \\ 0, & \text{其他。} \end{cases} \quad (14)$$

$$\begin{aligned} d\mathbf{q} = & \\ \begin{cases} (\mathbf{h} - \mathbf{q}) \frac{\max([\mathbf{d}\mathbf{h} \cdot (\mathbf{h} - \mathbf{q})], 0)}{\kappa^2}, \|\mathbf{h} - \mathbf{q}\| = \kappa; \\ 0, \text{其他。} \end{cases} \end{aligned} \quad (15)$$

式中: $\kappa = \kappa(\omega)$ 是确定的钉扎场强。与离散数学模型类似, 不失一般性地假设 $\kappa(\omega)$ 是一个递增函数。

必须注意的是, 当 $\kappa(\omega) = 0$ 的情况。在离散数学模型中, $\kappa_0 = 0$ 表示一个具有无磁滞行为的分量, 即 $\mathbf{q}_k = \mathbf{h}$ 。在连续数学模型中, 当 $\kappa(\omega) = 0$ 时, 包含了一个无磁滞磁化强度函数, 即:

$$\begin{aligned} d\mathbf{q} = & \\ \begin{cases} (\mathbf{h} - \mathbf{q}) \frac{\max([\mathbf{d}\mathbf{h} \cdot (\mathbf{h} - \mathbf{q})], 0)}{\kappa^2}, \|\mathbf{h} - \mathbf{q}\| = \kappa; \\ \mathbf{d}\mathbf{h}, \kappa = 0; \\ 0, \text{其他。} \end{cases} \end{aligned} \quad (16)$$

1.3 参数辨识

为了确定解析模型, 必须确定无磁滞磁化强度函数 $M_{an}(\|\mathbf{h}_r\|)$ 和参数集合 $\{\omega_k, \kappa_k\}$ 。无磁滞磁化强度函数 $M_{an}(\|\mathbf{h}_r\|)$ 可通过算法单独确定, 不再赘述。本文主要确定参数 ω_k 和 κ_k 。

基于上述连续数学模型, 将在标量情况下进行参数辨识。首先确定矫顽力 h_{coer} 与磁滞回环峰值 h_{peak} 的函数关系, 即

$$h_{coer} = \frac{\sum_{k=0}^{m(h_{peak})} \omega_k \kappa_k}{\sum_{k=0}^{m(h_{peak})} \omega_k} \circ \quad (17)$$

式中 $m(h_{peak})$ 为当 $\kappa_k < h_{peak}$ 时的最大值。

$$k \leq m(h_{peak}) \Leftrightarrow \kappa_k < h_{peak} \circ \quad (18)$$

实际上, 从式(18)中可以清楚地看出, $m(h_{peak})$ 包含了确定序列 $\{\kappa_k\}$ 所需的所有值, 然而式(17)是离散模型。可以通过曲线 h_{coer} 的离散点集所得到的参数集合 $\{\omega_k\}$ 和 $\{\kappa_k\}$ 进行数值拟合, 进而实现参数辨识, 不需要进行参数优化, 避免了常见参数辨识优化算法的收敛问题。

本文将式(17)改写为连续性方程, 并确定了一个与 $m(h_{peak})$ 的连续对应的分布函数 $W(h_{peak})$ 的解析表达式, 由此可以得到钉扎场强 $\kappa(\omega)$ 。在理论分析中, 假设连续曲线 h_{coer} 是已知的。从实际工程角度来看, 连续曲线是根据离散的样本点集 $\{(h_{coer}, h_{peak})_k\}$ 拟合得出。

分布函数 $W(h)$ 的定义, 对于分布 $\kappa: \omega \mapsto h$ 将 ω 的值从区间 $[0, 1]$ 映射到钉扎场 h , 其中假设 $\kappa(\omega)$ 是单调非递减。在连续曲线上, $(d\omega, \kappa(\omega))$ 表示具有权重 $d\omega$ 钉扎场强为 $\kappa(\omega)$ 的无穷小单元。

定义辅助分布函数 $W(h): h \mapsto \omega$ 是钉扎场 h 到 ω 的映射, 并满足:

$$\kappa(\omega) \leq h, \forall \omega \leq W(h). \quad (19)$$

为了简化处理, 在文章后面的计算中假设 $\kappa(\omega)$ 是严格单调递增函数, 具有双射的特性。

$$\kappa(\omega) = h \Leftrightarrow \omega = W(h) \Leftrightarrow \kappa(W(h)) = h. \quad (20)$$

式(20)表示对于给定的 h , 存在一个唯一的 ω 使得 $\kappa(\omega) = h$, 可以通过辅助分布函数 $W(h)$ 得到 ω , 即 $\omega = W(h)$ 。

因此, 将 $W(h)$ 改写为 κ 的逆函数形式, 即

$$W(h) = \kappa^{-1}(h). \quad (21)$$

一般情况下, $\kappa(\omega)$ 是一个分段连续函数, 同理也可以用分布函数的形式来处理。因此, 对式(21)进行逆变换, 通过逆映射的概念重新表述 $W(h)$, 即 $W(h) = \sup\{\kappa^{-1}([0, h])\} = \sup\{\omega: \kappa(\omega) \leq h\}$ 。

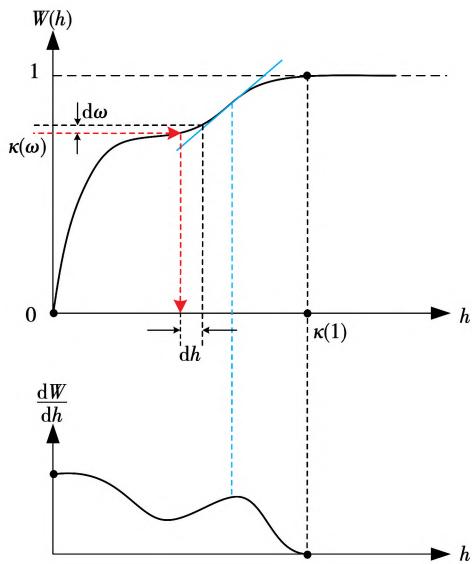
$$(22)$$

式中: $\kappa^{-1}([0, h])$ 表示函数 κ 的逆映射在区间 $[0, h]$ 上所有值的集合, 即, 这个集合包含了所有 ω , 使得 $\kappa(\omega)$ 的值位于区间 $[0, h]$ 内。 $\sup\{\omega: \kappa(\omega) \leq h\}$ 表示 $W(h)$ 是集合 $\{\omega: \kappa(\omega) \leq h\}$ 中的最大值, 即寻找所有满足 $\kappa(\omega)$ 小于或等于 h 的 ω 中的最大值。

分布函数 $W(h)$ 是与式(18)预先定义的量 $m(h_{peak})$ 连续对应。显然, 可以通过分布函数 $W(h)$ 确定 $\kappa(\omega)$ 值。

图5为分布函数 $W(h)$ 变化曲线, 对于任意 $h \geq \kappa(1)$, 存在 $W(h)$ 与之对应。其中 $\frac{dh_{coer}}{dh_{peak}}$ 在 $h_{peak} = 0$ 时的值对 $W(0)$ 有影响。实际上, 如果当 $h_{peak} = 0$ 时, $\frac{dh_{coer}}{dh_{peak}} > 0$, 则磁场非常小的变化量会立即引起磁化强度的增加。因此, 存在一个无磁滞磁化强度状态分量, 即 $\kappa_0 = 0$ 。在连续的情况下, 会有 $\kappa(0) = 0$, 因此也会有 $W(0) = 0$ 。否则, 如果 $h_{peak} = 0$ 时, $dh_{coer}/dh_{peak} = 0$, $W(h)$ 的值将在 $(0, 1]$ 范围内变化。

最后, 分布函数 $W(h)$ 的导数与钉扎场 $\kappa(\omega) = h$ 无穷小量所占的权重相关, 如图5所示。

图5 分布函数 $W(h)$ 的示意图Fig. 5 Sketch of the graphic of the function $W(h)$

$$d\omega = \left(\frac{dW}{dh} \right) dh. \quad (23)$$

式(23)表明,当 h 变化一个微小的量 dh 时,对应的 ω 变化量为 $d\omega$, $\frac{dW}{dh}$ 表示 $W(h)$ 对 h 的敏感度,衡量 h 微小变化引起的 ω 的变化率。

从概率学的角度来看,分布函数 $W(h)$ 是钉扎场强 κ 的累积,因此,其导数是钉扎场强 $\kappa \in [h, h + dh]$ 的概率分布。 h 的拐点处,其中二阶导数 $d^2W/dh^2 = 0$,对应权重分布的峰值或局部极小值。

为便于分析计算,提出以下假设:

1) 关于 $h_{coer}(h_{peak})$ 的性质:假设 $h_{coer}(h_{peak})$ 函数非负、可导,且对于任意 $h_{peak} \leq h_{peak}^{sat}$,严格单调递增。当 $h_{peak} \geq h_{peak}^{sat}$, h_{coer} 将达到恒定饱和状态 h_{coer}^{sat} ,即

$$h_{peak} \geq h_{peak}^{sat} \Rightarrow h_{coer} \equiv h_{coer}^{sat}. \quad (24)$$

式中 h_{peak} 和 h_{peak}^{sat} 为常数。

2) 关于分布函数 $W(h)$ 的假设:分布函数 $W(h)$ 在任意一点连续可导,且对于任意 $h < \kappa(1)$ 都有 $dW/dh > 0$,其中 $\omega \in [0, 1]$ 。

根据假设条件 1) 可知,即使在 $h_{peak} = 0$ 时, $h_{coer}(h_{peak})$ 导数恒大于 0。因此,必然存在一个无磁滞的钉扎点,且分布函数 $W(h)$ 满足以下条件,即

$$\begin{cases} W(0) = 0; \\ W(h_{peak}^{sat}) = 1. \end{cases} \quad (25)$$

首先,假设材料没有达到磁饱和状态,即 $0 \leq h_{peak} < h_{peak}^{sat}$ 。式(17)的离散方程的连续方程为

$$h_{coer}(h_{peak}) = \frac{\int_0^{W(h_{peak})} \kappa(\omega) d\omega}{\int_0^{W(h_{peak})} d\omega}. \quad (26)$$

根据式(25)可得,将式(26)分母简化为 $W(h_{peak})$,利用式(20)将式(26)分子变为积分形式 $\int_0^{h_{peak}} h \frac{dW}{dh} dh$,即可得到

$$\begin{aligned} W(h_{peak}) h_{coer}(h_{peak}) &= \int_{W(0)}^{W(h_{peak})} \kappa(\omega) d\omega = \\ &\int_0^{h_{peak}} h \frac{dW}{dh} dh. \end{aligned} \quad (27)$$

式中 $\kappa(W(h)) = h$ 。

由图 5 可知,在接近磁饱和时, $W(h_{peak})$ 的保持不变,因此 $dW/dh \approx 0$ 。对于模型参数辨识,需要获得磁饱和时的数据。

利用分部积分法,对式(27)整理可得

$$W(h_{peak})(h_{peak} - h_{coer}) = \int_0^{h_{peak}} W(h) dh. \quad (28)$$

由上式可知, $h_{peak} > h_{coer}$ 。对式(28)求解 h_{peak} ,从而得到以下微分方程,该方程必须在合理的初始条件下才能求解:

$$\frac{dW}{dh_{peak}} = \frac{W(h_{peak}) \frac{dh_{coer}}{dh_{peak}}}{h_{peak} - h_{coer}}. \quad (29)$$

由式(25)可知,若将 $W(0) = 0$ 作为初始条件,上式的柯西问题存在无穷多个解。因此将 $W(h_{peak}^{sat}) = 1$ 作为初始条件,在 $[h_{peak}, h_{peak}^{sat}]$ 范围内对式(26)逆向积分得

$$\log W(h_{peak}^{sat}) - \log W(h_{peak}) = \int_{h_{peak}}^{h_{peak}^{sat}} \frac{\left(\frac{dh_{coer}}{dh} \right)}{h - h_{coer}} dh. \quad (30)$$

考虑到 $\log W(h_{peak}^{sat}) = \log 1 = 0$,因此

$$W(h_{peak}) = \exp \left[- \int_{h_{peak}}^{h_{peak}^{sat}} \frac{\left(\frac{dh_{coer}}{dh} \right)}{h - h_{coer}} dh \right]. \quad (31)$$

式中 $0 \leq h_{peak} < h_{peak}^{sat}$ 。

当 $h_{peak} \geq h_{peak}^{sat}$ 时,矫顽力为恒定场,因此 $dh_{coer}/dh \equiv 0$, $h_{peak}^{sat} \rightarrow \infty$,上式可写为

$$W(h_{peak}) = \exp \left[- \int_{h_{peak}}^{+\infty} \frac{\left(\frac{dh_{coer}}{dh} \right)}{h - h_{coer}} dh \right]. \quad (32)$$

式(32)中被积函数中含有 $h_{coer}(h)$ 的导数,需采用数值方法计算。可通过使用 $h' = h_{coer}$ 作为积分

变量,消除导数形式,即

$$W(h_{\text{peak}}) = \exp \left[- \int_{h_{\text{coer}}}^{h_{\text{peak}}^{\text{sat}}} \frac{1}{h_{\text{peak}}(h') - h'} dh' \right]. \quad (33)$$

式中 $h_{\text{peak}}(h')$ 为 $h_{\text{coer}}(h)$ 的逆函数且 $h_{\text{peak}}(h') \geq h'$, 即矫顽力 $h_{\text{coer}} = h'$ 对应的峰值。在材料没有达到磁饱和之前, h_{coer} 呈双射特性。

从数值计算的角度来看,式(32)和式(33)是完全等价的。对 $W(h_{\text{peak}})$ 进行数值计算,利用式(17)可得到钉扎场强 $\kappa(\omega)$,由此可实现模型参数辨识。

可通过式(32)和式(33)验证式(25),即, $0 \leq W(h) \leq 1$ 且 $W(0) = 0$, $W(h_{\text{peak}}^{\text{sat}}) = 1$ 。实际上,当 $h_{\text{peak}} < h_{\text{peak}}^{\text{sat}}$, 对式(32)中积分所得为正值。当达到磁饱和时,对于任意 h_{peak} , 其指数值为非正值,因此, $W(h_{\text{peak}}) \leq 1$, 且有

$$W(h_{\text{peak}}^{\text{sat}}) = \exp \left[- \int_{h_{\text{peak}}^{\text{sat}}}^{h_{\text{peak}}} \frac{\left(\frac{dh_{\text{coer}}}{dh} \right)}{h - h_{\text{coer}}} dh \right] = \exp(0) = 1. \quad (34)$$

当式(32)在 $h_{\text{peak}} = 0$ 附近积分趋于无穷大,因为 $h_{\text{coer}}(0) = 0$, 所以 $W(0) = 0$ 。

$$\lim_{h_{\text{peak}} \rightarrow 0} - \int_{h_{\text{peak}}}^{+\infty} \frac{\left(\frac{dh_{\text{coer}}}{dh} \right)}{h - h_{\text{coer}}} dh = -\infty \Rightarrow W(0) = 0. \quad (35)$$

分析实验测量数据之前,还必须考虑 2 个因素:

1) 通过式(17)及其对应连续方程式(26), 得到近似的辨识结果。考虑 h_{peak} 低值模型,如图 6 所示,式(17)和式(26)描述了模型状态的变化。当 $\kappa \leq h_{\text{peak}}$ 时,所有在上升分支中钉扎畴壁被激活,相反,在下降分支中,当 $\kappa \leq h_{\text{coer}}$ 时,所有钉扎畴壁被激活,而当 $h_{\text{coer}} < \kappa < h_{\text{peak}}$ 时,钉扎畴壁没有被激活。

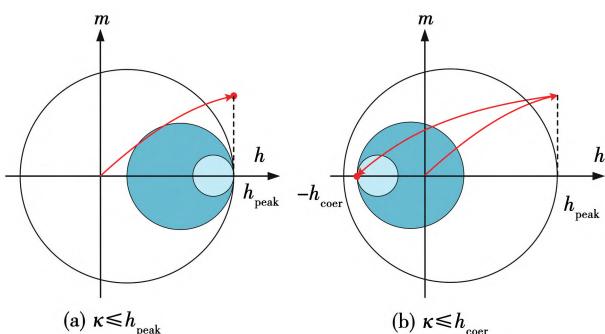


图 6 $N = 3$ 时, h_{peak} 低值的曲线 h_{coer} 示意图

Fig. 6 Sketch of possible measurement of the curve

h_{coer}

在上升分支,钉扎场强 $\kappa \leq h_{\text{peak}}$ 的钉扎点均被激活,而对于 $h = h_{\text{peak}}$, 则有:

$$q = \begin{cases} h_{\text{peak}} - \kappa(\omega), \kappa \leq h_{\text{peak}}; \\ 0, \kappa > h_{\text{peak}}. \end{cases} \quad (36)$$

在下降分支,当 $h = -h$ 有 3 种不同的情况,即

$$q = \begin{cases} -h_{\text{coer}} + \kappa(\omega), \kappa \leq h_{\text{coer}}; \\ h_{\text{peak}} - \kappa(\omega), h_{\text{coer}} \leq \kappa \leq h_{\text{peak}}; \\ 0, \kappa > h_{\text{peak}}. \end{cases} \quad (37)$$

把式(36)代入式(7),若 $h = h_{\text{coer}}$, 可逆磁场消失,即

$$h_r = \int_0^{W(h_{\text{coer}})} (\kappa(\omega) - h_{\text{coer}}) d\omega + \int_{W(h_{\text{coer}})}^{W(h_{\text{peak}})} (h_{\text{peak}} - \kappa(\omega)) d\omega = 0. \quad (38)$$

忽略式(38)第二个积分项可得计算式(26),即

$$\int_0^{W(h_{\text{coer}})} (\kappa(\omega) - h_{\text{coer}}) d\omega = 0. \quad (39)$$

因此,式(32)和式(33)是式(38)的近似解。

2) 考虑铁磁材料在完全磁饱和状态,当 $h_{\text{peak}} \geq h_{\text{peak}}^{\text{sat}}$, 从式(39)和式(25)推导出矫顽场强 $h_{\text{coer}} = h_{\text{coer}}^{\text{sat}}$:

$$h_{\text{coer}}^{\text{sat}} = \int_0^1 \kappa(\omega) d\omega. \quad (40)$$

上式也适用于磁滞主回环的对称部分,因此主回环的宽度可表示为

$$\Delta h = 2h_{\text{coer}}^{\text{sat}} = 2 \int_0^1 \kappa(\omega) d\omega. \quad (41)$$

根据图 7 可知,除了曲线中靠近反转点处附近外,其余在主回环各点处,所有钉扎场都被激活,因此主回环的宽度在任何点均相等,主回环宽度的恒定性是能量模型的特性。

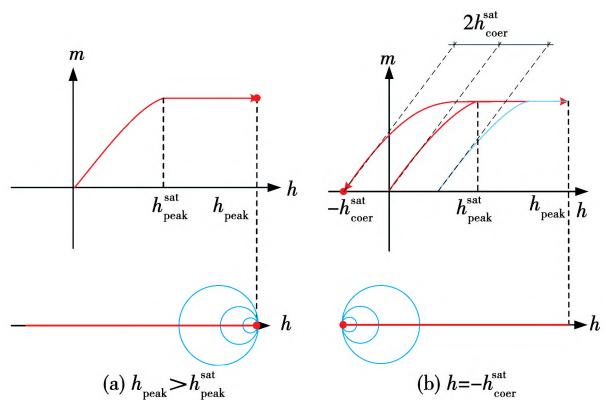


图 7 曲线 h_{coer} 的测量值示意图

Fig. 7 Sketch of possible measurement of the curve

h_{coer}

1.4 算法流程

通过实验测量分别得到 h_{peak} 及对应的 h_{coer} 数据点。如表 1 给出不同频率的 50WW600 无取向硅钢的动态磁滞回线测量点数据。

表 1 50WW600 无取向硅钢的测量点

Table 1 Measurement points for non-oriented silicon steel 50WW600

(单位:A/m)							
20 Hz		50 Hz		100 Hz		140 Hz	
h_p	h_c	h_p	h_c	h_p	h_c	h_p	h_c
50.87	23.36	52.69	28.09	55.63	30.47	59.83	34.95
58.57	32.84	62.77	38.41	64.93	44.19	69.68	48.59
66.37	39.32	70.38	46.48	73.74	57.39	79.43	59.53
74.54	43.64	78.15	52.89	83.60	65.27	89.19	69.88
83.61	48.11	86.49	57.82	93.02	68.62	100.35	78.92
93.42	51.93	98.02	62.57	104.28	75.95	114.25	89.23
104.64	55.01	106.29	66.79	115.31	81.98	126.76	95.02
120.15	58.18	121.08	71.54	130.01	88.81	141.72	103.12
141.97	60.95	140.86	75.21	146.07	95.25	158.26	112.33
172.24	63.01	169.43	79.14	175.74	102.76	177.74	120.77
219.46	67.45	226.00	85.88	223.22	110.00	224.38	131.52
319.85	68.88	318.10	86.44	323.16	117.68	339.40	140.03
580.57	69.07	578.57	87.75	624.63	128.90	644.32	154.47

计算流程如下：

- 1) 采集磁滞回线数据并对其进行归一化处理。
- 2) 通过傅里叶变换估计其对应的无磁滞磁化强度曲线。
- 3) 根据无磁滞磁化强度曲线计算出分布函数, 然后对其进行参数化, 得到与磁滞回线对应的分布函数的参数。
- 4) 利用已知参数化的分布函数, 采用拟合算法对磁滞回线数据进行拟合, 以得到该数据参数化的分布函数的参数。
- 5) 利用已知的参数化的分布函数的参数以及拟合得到的参数, 进行误差最小化计算, 得到该数据的最优分布函数参数。参数识别流程如图 8 所示。

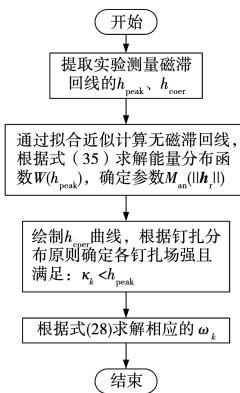


图 8 参数识别流程图

Fig. 8 Parameter identification flowchart

2 模型评价指标

为了验证本文模型的精度, 通过以下性能指标进行评价模型性能。具体计算指标定义如下:

$$R_{\max} = \frac{\max \| \mathbf{B}_{\text{sim}} \|}{\max \| \mathbf{B}_{\text{meas}} \|} \circ \quad (42)$$

式中: $\max \| \mathbf{B}_{\text{sim}} \|$ 为模拟数据中的最大值, $\max \| \mathbf{B}_{\text{meas}} \|$ 测量数据中的最大值。

$$R_{\text{pow}} = \frac{\oint \mathbf{H}_{\text{sim}} \cdot d\mathbf{B}_{\text{sim}}}{\oint \mathbf{H}_{\text{meas}} \cdot d\mathbf{B}_{\text{meas}}} \circ \quad (43)$$

式中: R_{pow} 为模拟磁滞回环面积与测量磁滞回环面积之比。

$$R_{\text{eer}} = \frac{\sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T \| \mathbf{B}_{\text{meas}} - \mathbf{B}_{\text{sim}} \|^2 dt}}{\sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T \| \mathbf{B}_{\text{meas}} \|^2 dt}} \circ \quad (44)$$

式中 R_{eer} 为磁感应强度的归一化均方根误差。

$$R_{h_{\text{coer}}} = \frac{h_{\text{coer}}^{\text{sim}}}{h_{\text{coer}}^{\text{meas}}} \circ \quad (45)$$

$$R_{b_{\text{rem}}} = \frac{b_{\text{rem}}^{\text{sim}}}{b_{\text{rem}}^{\text{meas}}} \circ \quad (46)$$

式中: $R_{h_{\text{coer}}}$ 为模拟矫顽力与测量矫顽力值之比; $R_{b_{\text{rem}}}$ 为模拟剩余通量密度与测量剩余通量密度值之比。

根据以上计算指标可知, R_{\max} 、 R_{pow} 、 $R_{h_{\text{coer}}}$ 和 $R_{b_{\text{rem}}}$ 趋近于 1, 表示解析模型越精确。 R_{eer} 值越小, 表示模型计算精度越高。

3 模型参数辨识与实验验证

实验数据源于海军工程大学电磁能技术全国重点实验室,选取了样品牌号为 50WW600, 样品规格为爱泼斯坦方圈, 单片厚度 0.5 mm, 标称叠压系数 0.985^[34], 实验数据采集平台如图 9 所示。



图 9 实验数据采集平台

Fig. 9 Experimental data acquisition platform

采用不同频率的实验测量数据进行验证, 不同频率的 h_{coer} 连续分布图如图 10 所示。不同频率下分别选取 13~15 组磁滞回环的 h_{coer} 和 h_{peak} 数据点。利用 h_{peak} 和 h_{coer} 的数据点绘制曲线如图 11 所示。同时采用分段插值和解析模型逼近曲线 h_{coer} 。

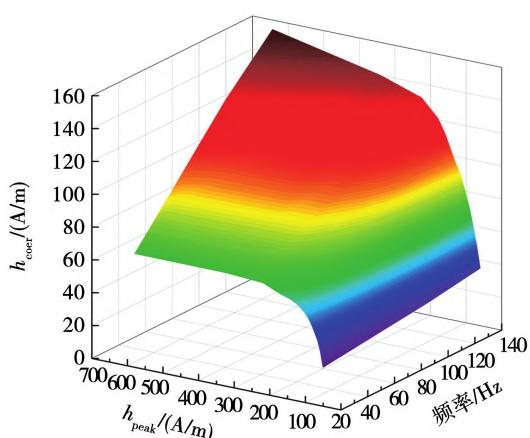


图 10 不同频率的矫顽力 h_{coer} 分布图

Fig. 10 Coercivity h_{coer} distribution at various frequencies

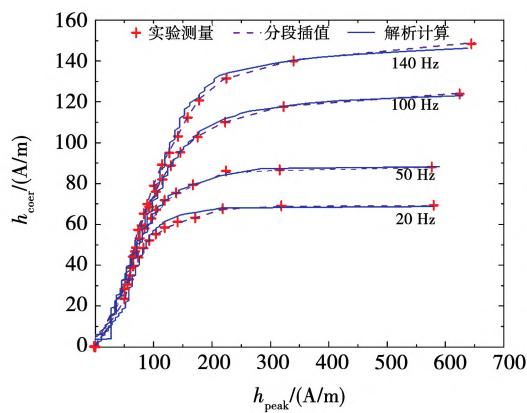


图 11 矫顽力 h_{coer} 随磁滞回环峰值 h_{peak} 的变化曲线

Fig. 11 Curve of coercivity h_{coer} versus the peak of the hysteresis loop h_{peak}

不同频率下分布函数 $W(h)$ 如图 12 所示。根据图可知, 磁化频率为 20 Hz 和 50 Hz 时, 从 $h = 170$ A/m 开始, 材料已接近磁饱和, 因此 $W(h)$ 趋于 1。磁化频率为 100 Hz 和 140 Hz 时, 从 $h = 500$ A/m 开始, 材料接近磁化饱和, 即 $W(h)$ 接近于 1。

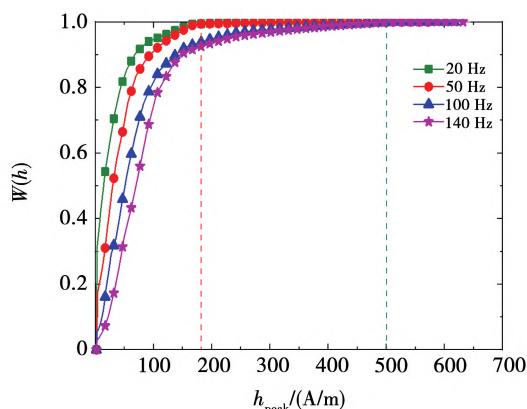


图 12 不同频率的分布函数 $W(h)$

Fig. 12 Distribution functions $W(h)$ at different frequencies

图 13 为不同频率的磁滞回线中矫顽力对应的峰值磁场强度的偏导数在磁化过程中所占比重。其中图 13(a) 为不同频率下的钉扎场强所占权重的原始连续分布图, 图 13(b) 分别对 20、50、100、140 Hz 的钉扎场强所占权重进行重构。

为了验证该解析模型的准确性, 选取了频率为 20 Hz 时, 峰值磁感应强度为 0.3、0.9、1.2、1.4 T 的计算结果与实验测量结果进行对比分析。如图 14

所示,基于能量的磁滞模型在不饱和状态下的部分磁滞回线与实验测量结果吻合度差,计算精度较低,而在工作磁密的增大,解析模型生成的磁滞回线光滑且与实验测量结果基本一致。

图14显示 $h_{\text{peak}} = 50.87 \text{ A/m}$ 到 $h_{\text{peak}} = 580.57 \text{ A/m}$ 的实验磁滞回线和基于解析模型模拟的磁滞回线之间的比较。可以看到,如果磁场强度小于100 A/m时,磁感应强度的模拟最大值与测量值有轻微偏差,这种偏差随着磁场强度的增大而减小。

图15展示了在磁化频率为50 Hz时,不同峰值磁感应强度(0.2、0.7、1.0、1.2、1.3、1.4 T)的计算结果与实验测量结果的对比。从图中可以观察到,在磁场强度小于100 A/m的条件下,基于本文解析模型的计算结果与实验测量结果存在偏差,主要是因为在较低的磁场强度下,材料尚未达到饱和,因此计算所采用的参数并非是在饱和状态下的参数。当磁场强度超过100 A/m时,计算精度显著提高,解析计算结果与实验数据的吻合程度大幅提升。这表明,模型在高磁场强度下能够较好地模拟材料的磁滞行为。

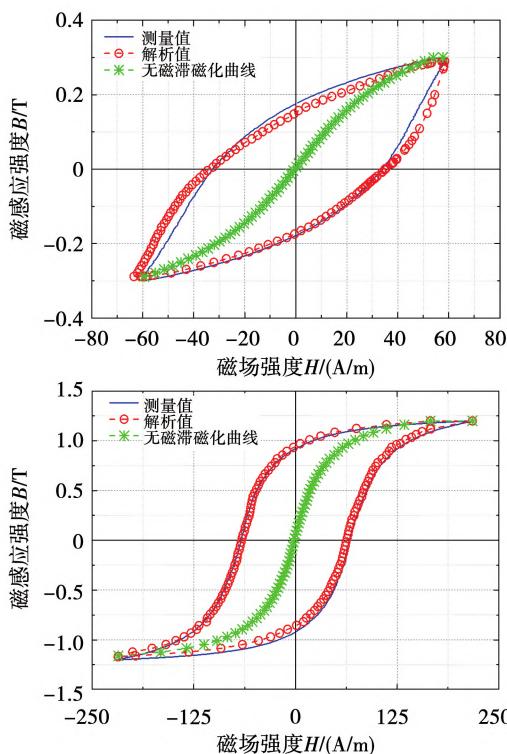


图14 磁滞回线解析计算值与实验值对比(20 Hz)

Fig. 14 Comparison of analytical calculations and experimental values of hysteresis loops(20 Hz)

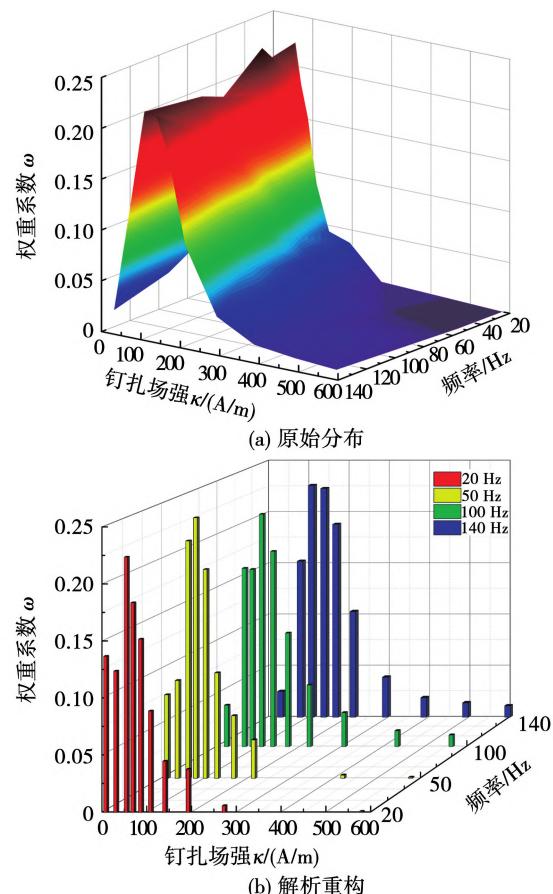
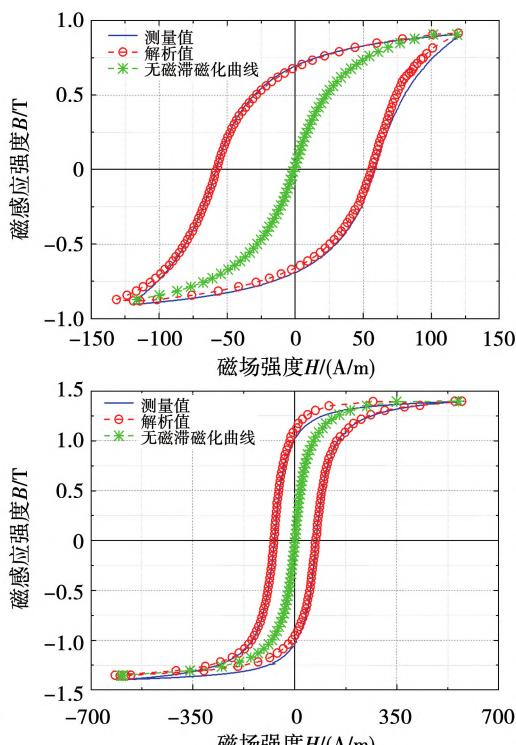


图13 不同频率随钉分布的权重系数

Fig. 13 Weight coefficients of pin distribution at different frequencies



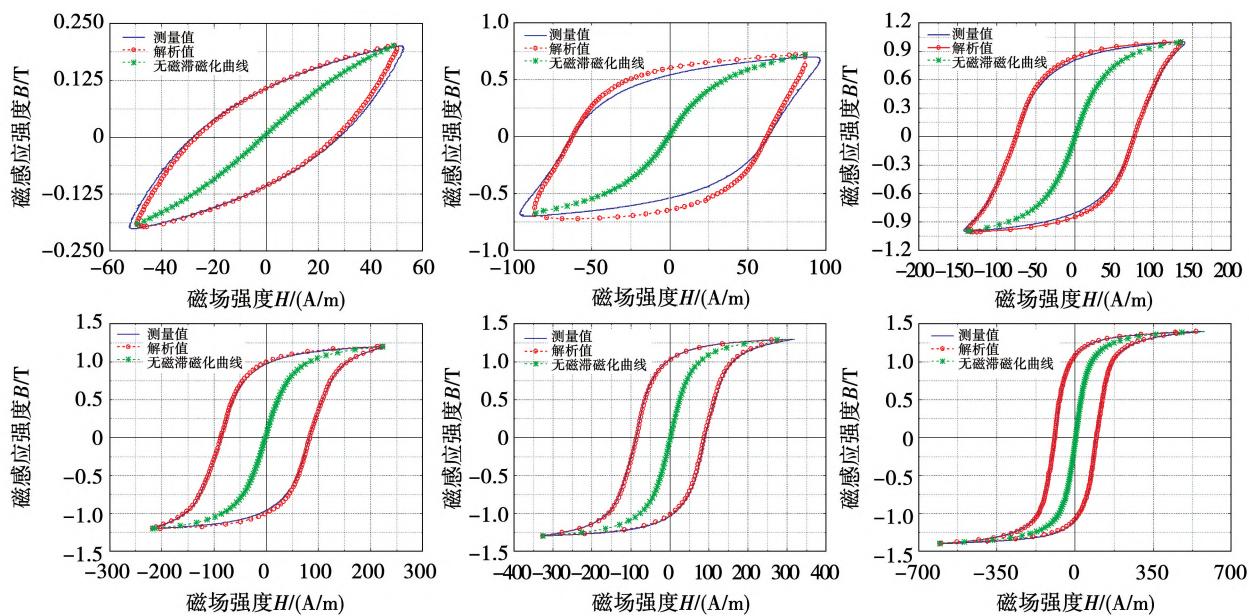


图 15 磁滞回线解析计算值与实验值对比(50 Hz)

Fig. 15 Comparison of analytical calculations and experimental values of hysteresis loop (50 Hz)

图 16 为在磁化频率为 100 Hz 时,磁滞回线解析计算结果与实验数据的对比分析。解析计算结果在磁滞回线的形状和宽度上与实验数据基本一致。在磁场强度小于 100 A/m 的条件下,仍然存在偏差。在磁感应强度较大时,解析计算结果和实验数据在磁滞回环的顶部和底部吻合良好,但在转

折点处,如饱和磁化和去磁化过程中,计算结果稍显偏离,这是因为模型在非线性特性处理上存在局限性。因此,该模型对于不同磁场强度的适应性表现不同,在中等磁场强度下表现良好,而在非常高或非常低的磁场强度下需要进一步的改进以提高精度。

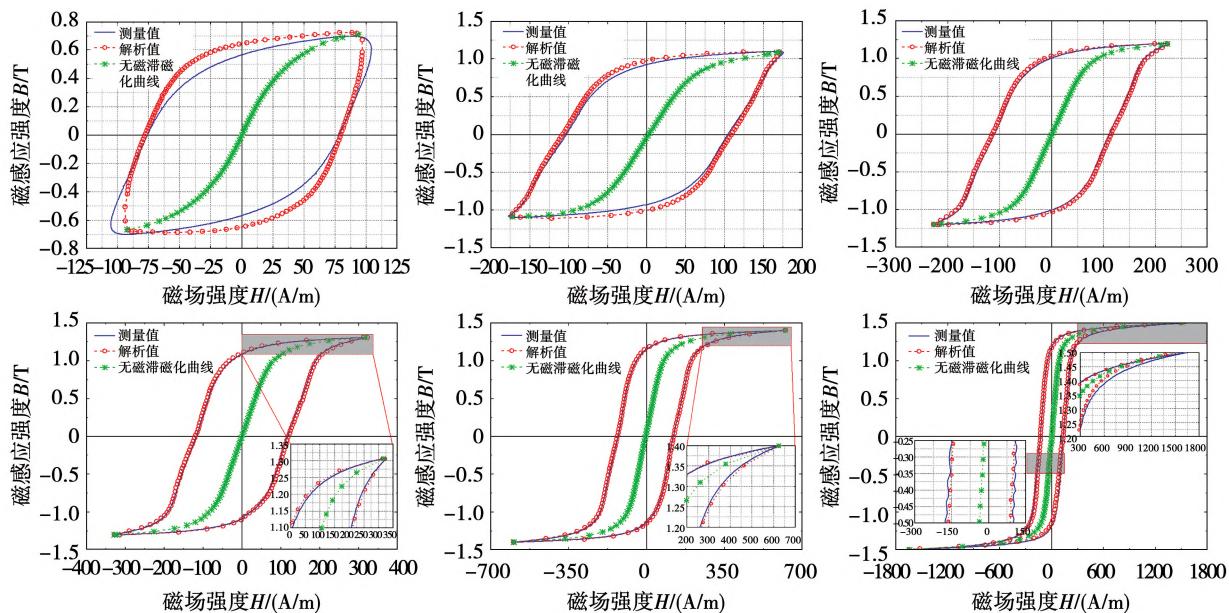


图 16 磁滞回线解析计算值与实验值对比(100 Hz)

Fig. 16 Comparison of analytical calculations and experimental values of hysteresis loop (100 Hz)

图 17 展示了在磁化频率为 140 Hz 时,磁滞回线模拟计算结果与实验测量结果的对比分析。从左上角到右下角的 6 个子图依次展示了从低到高的磁

场强度范围的磁滞回线模拟情况。同样在磁场强度较低时,模拟结果与实验结果存在一定误差,但随着磁场强度增大,模拟结果与实验数据吻合良好。

根据模型评价指标计算公式(42)~式(46),对不同频率的磁滞回线模拟精度进行了计算,如图 18 所示,随着峰值磁感应强度增大,模拟结果越接近实际测量值,模拟精度越高。磁通密度的归一化均方根误差随着峰值磁感强度的增大而减小,表明误差

在减少,模拟精度越来越精确。对于其他评价指标,随着峰值磁感应强度增大而趋近于 1,表明模拟结果与测量值越来越接近。从整体来看,在较高磁感应强度下,模型的表现更好,同时模拟的准确性随着磁化频率的增加而改善。

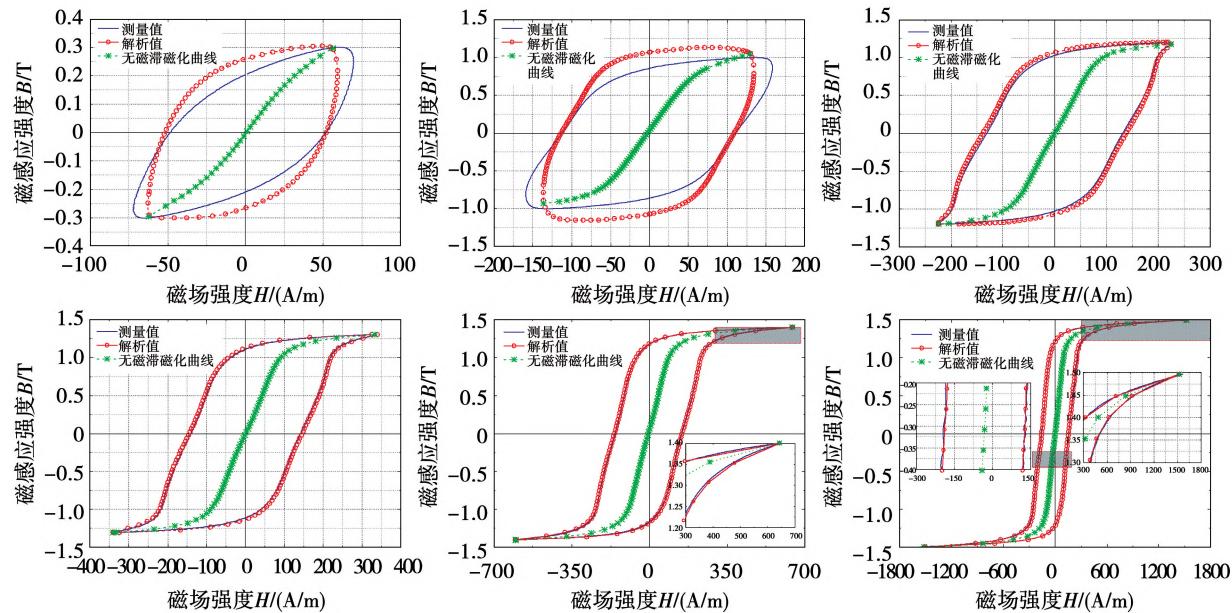


图 17 磁滞回线解析计算值与实验值对比 (140 Hz)

Fig. 17 Comparison of analytical calculations and experimental values of hysteresis loop (140 Hz)

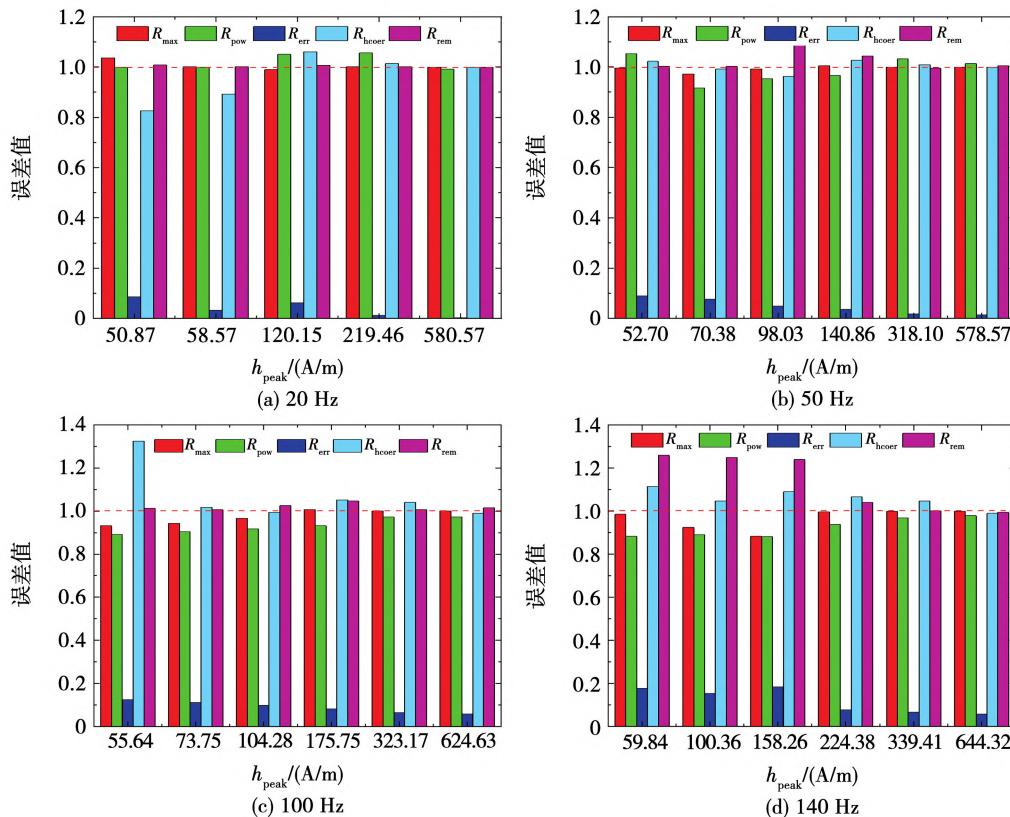


图 18 解析计算误差分析

Fig. 18 Analysis of analytical calculation errors

4 结 论

本文提出了一种新的基于能量的磁滞模型参数辨识方法。该方法使用闭式解析公式,能够迅速且稳定地通过实验测量数据识别出模型参数,避免了常见的收敛问题,能够有效降低计算复杂度,同时具有良好的模拟精度。通过模拟与实验对比,结果表明,该方法在对于测量数据存在噪声或异常值的情况下,鲁棒性好,尤其适用于对饱和磁化状态下的磁滞特性预测。电工钢片工作的磁通密度越高,模型的计算精度越高,当工作磁通密度降低时,模型的模拟精度也随之降低。可通过适当增减未饱和区的钉扎点数,可改善低磁通密度下的磁滞回线的平滑度,保证磁滞模型精度的同时尽可能地减少计算成本。

参 考 文 献:

- [1] 陈昊,李琳,刘洋. 基于Energetic模型的机械应力作用下电工钢片磁滞特性模拟[J]. 电工技术学报, 2023, 38(12): 3101.
CHEN Hao, LI Lin, LIU Yang. Simulation of magnetic hysteresis characteristics of electrical steel sheet under mechanical stress based on energetic model[J]. Transactions of China Electrotechnical Society, 2023, 38(12): 3101.
- [2] LI D, ZHANG Y, JING Y, et al. A simplified magnetostrictive model under rotational magnetization in an electrical steel sheet taking the pinning hysteresis effect into account[J]. International Journal of Applied Electromagnetics and Mechanics, 2022, 70(4): 357.
- [3] HE Z, KIM J S, KOH C S. An improved model for anomalous loss utilizing loss separation and comparison with ANN model in electrical steel sheet [J]. IEEE Transactions on Magnetics, 2022, 58(9): 1.
- [4] 王洋,刘志珍. 基于蛙跳模糊算法的Jiles Atherton铁心磁滞模型参数确定[J]. 电工技术学报, 2017, 32(4): 154.
WANG Yang, LIU Zhizhen. Determination of Jiles Atherton core hysteresis model parameters based on fuzzy-shuffled frog leaping algorithm [J]. Transactions of China Electrotechnical Society, 2017, 32(4): 154.
- [5] 黄雷,包广清,陈俊全. 基于Levenberg-Marquardt算法的改进Preisach模型磁特性模拟与验证[J]. 中国电机工程学报, 2020, 40(18): 6006.
HUANG Lei, BAO Guangqing, CHEN Junquan. Magnetic property simulation and verification with improved Preisach hysteresis model based on Levenberg-Marquardt algorithm[J]. Proceedings of the CSEE, 2020, 40(18): 6006.
- [6] 徐永明,庞松印,刘文辉,等. 高速永磁同步电动机变系数铁耗计算模型[J]. 电机与控制学报, 2023, 27(7): 174.
XU Yongming, PANG Songyin, LIU Wenhui, et al. Calculation model of core loss with variable coefficient of high-speed permanent magnet synchronous motors[J]. Electric Machines and Control, 2023, 27(7): 174.
- [7] 刘旭,孙朝勇,刘岩岩. 新型多齿开关磁链永磁记忆电机分段线性磁滞模型研究[J]. 电机与控制学报, 2020, 24(5): 17.
LIU Xu, SUN Chaoyong, LIU Yanyan. Piecewise linear hysteresis model for multi-tooth switched fluxpermanent magnet memory machine[J]. Electric Machines and Control, 2020, 24(5): 17.
- [8] 陈彬,曾庆麟,王斐然,等. 变温条件下解析 Preisach 磁滞模型误差修正和特征参数辨识方法[J]. 电工电能新技术, 2024, 43(6): 60.
CHEN Bin, ZENG Qinglin, WANG Feiran, et al. Error correction and characteristic parameter identification of analytical Preisach hysteresis model under variable temperature[J]. Advanced Technology of Electrical Engineering and Energy, 2024, 43(6): 60.
- [9] 陈龙,易琼洋,贲彤,等. 全局优化算法在 Preisach 磁滞模型参数辨识问题中的应用与性能对比[J]. 电工技术学报, 2021, 36(12): 2585.
CHEN Long, YI Qiongyang, BEN Tong, et al. Application and performance comparison of global optimization algorithms in the parameter identification problems of the Preisach hysteresis model [J]. Transactions of China Electrotechnical Society, 2021, 36(12): 2585.
- [10] 陈彬,王斐然,万妮娜,等. 考虑可逆分量的解析 Preisach 磁滞模型及其特征参数辨识算法[J]. 高电压技术, 2023, 49(11): 4766.
CHEN Bin, WANG Feiran, WAN Nina, et al. Analytical Preisach hysteresis model considering reversible component and its characteristic parameter identification algorithm[J]. High Voltage Engineering, 2023, 49(11): 4766.
- [11] 刘任,杜莹雪,李琳,等. 解析正 Preisach 磁滞模型的推导与修正[J]. 中国电机工程学报, 2023, 43(5): 2070.
LIU Ren, DU Yingxue, LI Lin, et al. Derivation and modification of analytical forward Preisach hysteresis model[J]. Proceedings of the CSEE, 2023, 43(5): 2070.
- [12] MICHNA M, DWORAKOWSKI P, WILK A, et al. Modified Preisach model of hysteresis in multi air gap ferrite core medium frequency transformer[J]. IEEE Transactions on Power Delivery, 2022, 37(1): 116.
- [13] JILES D C, AHTERTON D L. Ferromagnetic hysteresis [J], IEEE. Transactions on Magnetics, 1983(19): 2183.
- [14] 李丹丹,吴宇翔,朱聪聪,等. 基于麻雀搜索与遗传算法的J-A磁滞模型参数辨识方法[J]. 高电压技术, 2022, 48(10): 4181.
LI Dandan, WU Yuxiang, ZHU Congcong, et al. Parameter identification method for J-A hysteresis model based on the sparrow search and genetic algorithm[J]. High Voltage Engineering, 2022, 48(10): 4181.
- [15] 刘任,李琳. 基于损耗统计理论与J-A磁滞模型的直流偏磁下磁性材料损耗计算方法[J]. 高电压技术, 2019, 45(12): 4062.
LIU Ren, LI Lin. Loss prediction of magnetic material under DC bias based on the statistical theory of losses and Jiles-Atherton

- hysteresis model [J]. High Voltage Engineering, 2019, 45(12): 4062.
- [16] UPADHAYA B, RASILLO P, PERKKIÖ L, et al. Comparison of anisotropic energy-based and Jiles-Atherton models of ferromagnetic hysteresis [J]. IEEE Transactions on Magnetics, 2020, 56(4): 1.
- [17] 赵志刚, 马习纹, 姬俊安. 基于 AFSA 与 PSO 混合算法的 J-A 动态磁滞模型参数辨识及验证 [J]. 仪器仪表学报, 2020, 41(1): 26.
ZHAO Zhigang, MA Xiwen, JI Jun'an. Parameter identification and verification of J-A dynamic hysteresis model based on hybrid algorithms of AFSA and PSO [J]. Chinese Journal of Scientific Instrument, 2020, 41(1): 26.
- [18] 刘任, 李琳, 王亚琦, 等. 基于随机性与确定性混合优化算法的 Jiles-Atherton 磁滞模型参数提取 [J]. 电工技术学报, 2019, 34(11): 2260.
LIU Ren, LI Lin, WANG Yaqi, et al. Parameter extraction for Jiles-Atherton hysteresis model based on the hybrid technique of stochastic and deterministic optimization algorithm [J]. Transactions of China Electrotechnical Society, 2019, 34(11): 2260.
- [19] 刘任, 李琳. 基于模拟退火与 Levenberg-Marquardt 混合算法的 Energetic 磁滞模型参数提取 [J]. 中国电机工程学报, 2019, 39(3): 875.
LIU Ren, LI Lin. Parameter extraction for energetic hysteresis model based on the hybrid algorithm of simulated annealing and Levenberg-Marquardt [J]. Proceedings of the CSEE, 2019, 39(3): 875.
- [20] 赵志刚, 马习纹, 姬俊安, 等. 谐波激励条件下铁心动态 Energetic 建模与验证 [J]. 电工技术学报, 2020, 35(20): 4241.
ZHAO Zhigang, MA Xiwen, JI Jun'an, et al. Dynamic energetic modeling and verification of core under harmonic excitation [J]. Transactions of China Electrotechnical Society, 2020, 35(20): 4241.
- [21] 赵志刚, 马习纹, 姬俊安. 基于 Energetic 模型的直流偏磁条件下电工钢片磁特性模拟及实验验证 [J]. 中国电机工程学报, 2020, 40(14): 4656.
ZHAO Zhigang, MA Xiwen, JI Jun'an. Simulation and experimental verification of magnetic characteristics of electrical steel sheet under DC bias based on energetic model [J]. Proceedings of the CSEE, 2020, 40(14): 4656.
- [22] 刘任, 李琳. 基于场分离技术与损耗统计理论的动态 Energetic 磁滞模型 [J]. 中国电机工程学报, 2019, 39(21): 6412.
LIU Ren, LI Lin. A dynamic energetic hysteresis model based on the field separation approach and statistical theory of losses [J]. Proceedings of the CSEE, 2019, 39(21): 6412.
- [23] 于越, 陈志刚. 基于参数 k 计算改进 Jiles-Atherton 模型参数识别研究 [J]. 仪表技术与传感器, 2023(3): 98.
YU Yue, CHEN Zhigang. Jiles-Atherton model parameters identification and research based on improvement calculation of parameter k [J]. Instrument Technique and Sensor, 2023(3): 98.
- [24] 刘任, 杜莹雪, 李琳, 等. 解析逆 Preisach 磁滞模型 [J]. 电工技术学报, 2023, 38(10): 2567.
- LIU Ren, DU Yingxue, LI Lin, et al. Analytical inverse Preisach hysteresis model [J]. Transactions of China Electrotechnical Society, 2023, 38(10): 2567.
- [25] 滕峰成, 杨雪璠, 吕登岩, 等. 基于动态自由能磁滞模型的 GMM-FBG 电流传感器磁滞建模与参数辨识 [J]. 计量学报, 2022, 43(4): 513.
TENG Fengcheng, YANG Xuefan, LU Dengyan, et al. Hysteresis modeling and parameter identification of GMM-FBG current sensor based on dynamic free energy hysteresis model [J]. Acta Metrológica Sinica, 2022, 43(4): 513.
- [26] 张正辉, 李琳. 机械应力下软磁材料磁巴克豪森噪声模拟模型 [J]. 电工技术学报, 2025, 40(10): 3107.
ZHANG Zhenghui, LI Lin. Magnetic Barkhausen noise model of soft magnetic materials under mechanical stress [J]. Transactions of China Electrotechnical Society, 2025, 40(10): 3107.
- [27] 黄文美, 房昱同, 刘雨欣, 等. 计及偏置磁场变化的磁致伸缩逆效应能量平均磁滞模型 [J]. 电工技术学报, 2025, 40(9): 2840.
HUANG Wenmei, FANG Yutong, LIU Yuxin, et al. Magnetostrictive inverse effect energy-averaged hysteresis model accounting for bias field variations [J]. Transactions of China Electrotechnical Society, 2025, 40(9): 2840.
- [28] SIMON S, FRANÇOIS H, KAY H. Energy-based ferromagnetic material model with magnetic anisotropy [J]. Journal of Magnetism and Magnetic Materials, 2017(425): 20.
- [29] STEENTJES S, HENROTTE F, GEUZAIN C, et al. A dynamical energy-based hysteresis model for iron loss calculation in laminated cores [J]. International Journal of Numerical Modelling Electronic Networks Devices & Fields, 2014, 27(3): 433.
- [30] 张希蔚, 李琳. 改进的热力学磁滞模型与软磁材料动态损耗计算 [J]. 中国电机工程学报, 2022, 42(20): 7641.
ZHANG Xiwei, LI Lin. Modified thermodynamic hysteresis model and calculation of soft magnetic materials' dynamic losses [J]. Proceedings of the CSEE, 2022, 42(20): 7641.
- [31] SIXDENIER F, SCORRETTI R. Numerical model of static hysteresis taking into account temperature [J]. International Journal of Numerical Modelling Electronic Networks Devices & Fields, 2016, 29(2): 1.
- [32] 张文杰, 张艳丽, 姜伟, 等. 基于磁畴能量最小化原理的电工钢片磁滞模型 [J]. 电工技术学报, 2019, 34(S1): 7.
ZHANG Wenjie, ZHANG Yanli, JIANG Wei, et al. A magnetic hysteresis model in an electrical steel sheet based on the minimization principle of magnetic domain energy [J]. Transactions of China Electrotechnical Society, 2019, 34(S1): 7.
- [33] HENROTTE F, NICOLET A, HAMEYER K. An energy-based vector hysteresis model for ferromagnetic materials [J]. COMPEL International Journal of Computations and Mathematics in Electrical, 2006, 25(1): 71.
- [34] 海军工程大学材料性能数据库 [EB/OL]. (2024-05-23) [2024-03-07]. <http://59.172.104.174:32152/user/login?redirect=%2Fdashboard%2Fanalysis>.

(编辑:刘素菊)

DOI: 10.11985/2024.03.017

磁性材料的磁滞建模研究综述^{*}

常勇^{1,2} 包广清³ 杨巧玲¹ 何婷⁴

(1. 兰州理工大学电气工程与信息工程学院 兰州 730050;
2. 兰州石化职业技术大学电子电气工程学院 兰州 730060;
3. 西南石油大学电气信息学院 成都 610500;
4. 甘肃自然能源研究所 兰州 730046)

摘要: 磁性材料作为电机设备能量转换的核心部件,对提升设备效率、稳定运行具有重要意义。新型高功率密度电机的设计对所用磁性材料的磁滞特性模拟预测精度提出了更高的要求,磁滞模型为电机损耗计算、充/去磁曲线分析、磁化饱和分析及在线调磁提供理论支撑。目前从物理建模和唯象建模两种角度出发,提出了多种描述磁滞特性的模型,典型的模型有 Preisach、Jiles-Atherton(J-A)、Stoner-Wohlfarth 等。分别介绍现有各类磁滞模型的基本原理及研究现状,分析各种磁滞模型的局限性和适用范围,同时阐述磁滞建模在电机设计中的意义,最后分析磁滞特性模拟面临的问题和未来的发展趋势。通过不断改进磁滞建模方法,精确地模拟磁性材料的磁滞特性,以便在新型电力设备、高效能新型电机设计中实现产业化应用。

关键词: 物理建模; 唯象建模; Preisach; Jiles-Atherton; 铁心损耗

中图分类号: TM275

Review of Research on Hysteresis Models for Magnetic Materials

CHANG Yong^{1,2} BAO Guangqing³ YANG Qiaoling¹ HE Ting⁴

(1. College of Electrical Engineering and Information Engineering,
Lanzhou University of Technology, Lanzhou 730050;
2. College of Electronic and Electrical Engineering,
Lanzhou Petrochemical University of Vocational Technology, Lanzhou 730060;
3. School of Electronics and Information Engineering, Southwest Petroleum University, Chengdu 610500;
4. Gansu Nature Energy Research Institute, Lanzhou 730046)

Abstract: Magnetic materials, as the core components in the energy conversion of motor equipment, are vital in enhancing equipment efficiency and ensuring stable operation. The design of high-power density motors necessitates precise modeling and characterization of the hysteresis properties of the selected magnetic materials, thereby providing a theoretical basis for calculating motor iron losses, analyzing magnetization curves, and conducting saturation analysis. Various models for describing hysteresis characteristics have been proposed, which can be categorized into physical and phenomenological models based on their modeling perspectives, with typical models including Preisach, Jiles-Atherton(J-A), and Stoner-Wohlfarth. The basic principles of several prevalent hysteresis models are introduced, current research statuses are reviewed, limitations and applicable scopes of various hysteresis models are analyzed, and the significance of hysteresis modeling in motor design is underscored. Finally, some challenges faced in simulating hysteresis characteristics and the future trends in this field are presented. By continuously improving hysteresis modeling methods, this research aims to facilitate the design of new power devices and high-efficiency novel motors for industrial applications.

* 国家自然科学基金(51967012)、甘肃省自然科学基金(23JRRA836)、甘肃省青年科技基金计划(22JR5RA807, 22JR11RA216)、甘肃省高等学校创新基金(2023A-199)和兰州理工大学优秀博士学位论文培育计划资助项目。20240123 收到初稿, 20240412 收到修改稿

Key words: Physical modeling; phenomenological modeling; Preisach; Jiles-Atherton; core loss

1 引言

永磁电机主要由铁心、永磁材料和绕组线圈构成。其铁心通常采用高磁导率的硅钢片层叠而成，而这些硅钢片的磁性能呈现出复杂和多变的特点^[1]。随着计算电磁学在工业领域的迅速发展，对磁性材料磁特性的模拟在提高仿真计算精确度和效率方面变得尤为重要^[2]。

由于斯坦梅茨方程^[3]的提出，铁磁材料的铁损计算一直是科学界研究的热点问题。特别是在电机设备相关领域，为了提高电机控制性能和效率，铁损的精准预测尤为重要。基于损耗分离的经验模型是一种简化的方法，用于描述磁性材料中的铁损。这些模型通常将总铁损分为几个部分，例如磁滞损耗、涡流损耗和超额损耗，每个部分由不同的经验公式描述。然而，这些经验模型的局限性在于它们无法捕捉到控制铁损现象的复杂机制，如磁畴结构的变化、磁畴壁的移动和微观涡流的形成等。为了改善模型的准确性和适用性，可以利用制造商提供的材料数据、试验测量数据或有限元分析结果来对模型参数进行识别，通常采用曲线拟合方法实现^[4]。然而，对于非正弦激励条件，如永磁同步电机(Permanent magnet synchronous motor, PMSM)、磁场调制电机和开关磁阻电机(Switched reluctance motor, SRM)等，传统的经验模型对铁损计算误差较大^[5]，因此，需要从磁性材料本身特性出发，研究精确表征磁性材料的磁滞特性，合理搭配选用磁性材料，可提升电机的电磁性能、运行稳定性和可靠性，降低损耗。

磁滞模型能够更准确地表征磁性材料的磁化行为机理，计算铁损。在文献[6]中提出了两种不同的磁滞建模方法：物理模型和唯象模型。其中物理模型是基于磁化物理机理，在微磁性尺度上开展探索研究；唯象模型用宏观尺度磁化强度(M)与磁场强度(H)之间的数学关系来描述磁滞的物理现象。唯象模型的计算时间更短，而物理模型能更好地诠释磁滞物理现象。目前，Preisach 和 Jiles-Atherton 模型被认为是两种经典的磁滞建模方法，两种模型都需要大量的试验数据，并且在描述磁化现象方面都有一定的局限性。因此，文献[7-10]提出了对原模型的若干改进方法。此外，鉴于两种方法有一些互补的特性，研究人员尝试将两种方法融合，实现优势互补。

本文详细分析 Preisach、Jiles-Atherton (J-A)、Stoner-Wohlfarth (S-W)、Enokizono and Soda (E&S)、Energetic 等模型的基本原理及改进方法。首先对 Preisach 模型和 J-A 模型从几何平面图、分布函数进行分析，对擦除特性、同余特性、可逆性与非线性进行分析，对其他模型的磁化曲线拟合方法与参数辨识方法进行分析；其次，从电机设计的角度，阐述了磁滞建模的重要意义和作用；最后，分析磁滞模型存在的问题及未来发展趋势，为更加精确分析研究电机用磁性材料的磁滞特性奠定基础，提升磁性材料的高效利用。

2 Preisach 模型

目前，Preisach 被认为是经典的磁滞建模方法之一。传统 Preisach 模型属于标量磁滞模型，其准确性较高^[11]。由于 Preisach 模型的现象学性质，它可以表示不同材料的磁化曲线大回环和小回环，但需要大量算子模型进行数值积分，计算时间长，模型参数较多。在改进后的 Preisach 模型中，摒弃了具体的物理意义，只考虑磁化行为的一种纯数学描述(唯象数学表征)。因此，它可以独立于磁滞的物理性质进行磁滞建模分析。

2.1 标量 Preisach 模型

Preisach 模型最早由 PREISACH^[12]在 1935 年提出。后来，俄罗斯数学家 KRANOSELSKII 利用数学方法进一步发展了这一模型，使其能够描述各种物理滞后现象。然而，在电机电磁暂态特性等实际工程应用中，这一模型显得过于复杂，需要简化其分布函数。文献[13]在磁性材料磁化物理机理的一些假设基础上，提出了可逆磁化的表达式。这一改进减少了经典模型对模型限制的同余特性，使得磁性材料的磁滞特性得到了更精确的表征。

Preisach 模型认为铁磁材料由许多磁偶极子组成，每个磁偶极子特性可根据矫顽力和相邻磁偶极子场来描述，其中磁场强度 $H(t)$ 是单向的。假设磁性材料有一组或大或小的磁偶极子，每个磁偶极子都有一个矩形的磁滞回线(磁滞算子)，如图 1 所示。其数学形式可以表示为

$$M(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} d\alpha \int_{-\infty}^{\alpha} \mu(\alpha, \beta) \hat{\gamma}_{\alpha\beta} H(t) d\beta \quad (1)$$

式中， $\hat{\gamma}_{\alpha\beta}$ 为磁滞算子； α 、 β 分别为磁滞算子输入的上、下开关值，每个磁滞算子的输出仅取为 ± 1 。

当输入 $H(t) > \alpha$, 则 $\hat{\gamma}_{\alpha\beta} = +m_s$; 当输入 $H(t) > \beta$, 则 $\hat{\gamma}_{\alpha\beta} = -m_s$; 当 $\alpha < H(t) < \beta$, 如果输入 $H(t)$ 呈单调递增趋势, 则 $\hat{\gamma}_{\alpha\beta} = -m_s$, 如果输入 $H(t)$ 呈单调递减趋势, 则 $\hat{\gamma}_{\alpha\beta} = +m_s$ 。其磁化强度为 $-m_s$ 或 $+m_s$, 取决于磁场强度 $H(t)$ 及其历史值, 其中 m_s 为基本磁化强度, 对所有磁滞均相等。磁滞回线由这些基本的矩形回线叠加而成, $\mu(\alpha, \beta)$ 为 Preisach 分布函数, 其取值范围在最大磁滞回线所对应的 α - β 坐标平面的三角形区域 T 内, 如图 2 所示。

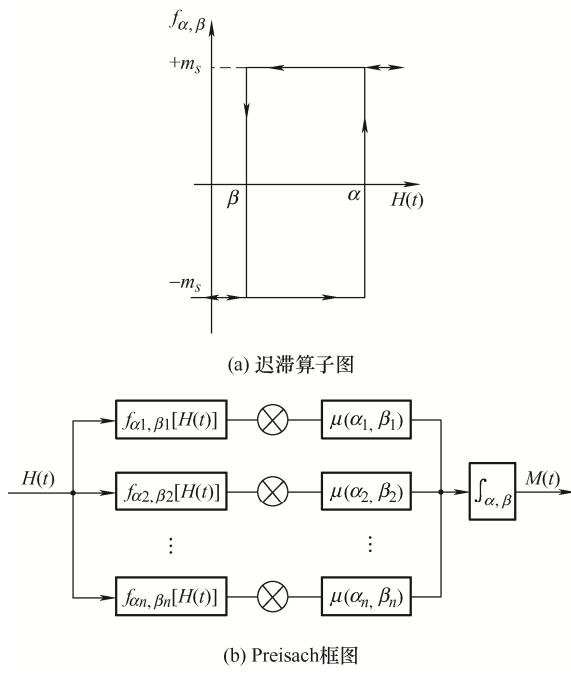


图 1 Preisach 典型模型

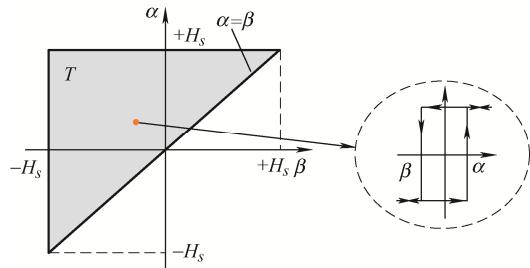


图 2 Preisach 平面及分布函数的取值范围

首先假设 $H(t)$ 的饱和值上下限为 $\pm H_s$, 可得到

$$\begin{cases} -H_s \leq \alpha \leq +H_s \\ -H_s \leq \beta \leq +H_s \\ \beta \leq \alpha \end{cases} \quad (2)$$

当 $\alpha < \beta$, $\mu(\alpha, \beta) = 0$ 。如果 $H_s > H_{sat}$, 则 $M_s > M_{sat}$, 同样, 若 $H_s < -H_{sat}$, 则 $M_s < -M_{sat}$ 。其中 M_{sat} 是材料的饱和磁化强度, H_{sat} 是对应的磁场强度。

2.1.1 几何平面描述

如图 2 所示, 在区域 T 中, 每个点 (α, β) 代表一个磁滞算子并且只能用一个算子来辨识, 则区域 T 的点在 Preisach 模型中有效。

(1) 如图 3 所示, 在任意时刻 t , 假设输入 $H(t) < -H_s$, 则所有磁滞算子在区域 T 中的输出值为 -1 , 即 $\hat{\gamma}_{\alpha\beta} H(t) = -1$, 此时磁化状态为负饱和状态。

$$B_s^-(t) = \iint_{\alpha \geq \beta} \mu(\alpha, \beta) \hat{\gamma}_{\alpha\beta} H(t) d\alpha d\beta = - \iint_T \mu(\alpha, \beta) d\alpha d\beta \quad (3)$$

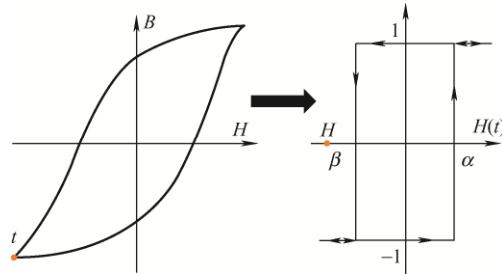


图 3 磁化状态为负饱和状态时磁磁滞回线与磁滞算子对应关系

(2) 如图 4 所示, 在任意时刻 t , 假设输入 $H(t) > H_s$, 则所有磁滞算子在区域 T 中的输出值为 1 , 即 $\hat{\gamma}_{\alpha\beta} H(t) = 1$, 此时磁化状态为正饱和状态。

$$B_s^+(t) = \iint_{\alpha \geq \beta} \mu(\alpha, \beta) \hat{\gamma}_{\alpha\beta} H(t) d\alpha d\beta = \iint_T \mu(\alpha, \beta) d\alpha d\beta \quad (4)$$

在初始时刻 $t = t_0$, 假设 $H(t) < -H_s$, 则 $t = t_1$, $H(t) = H_1$ 。

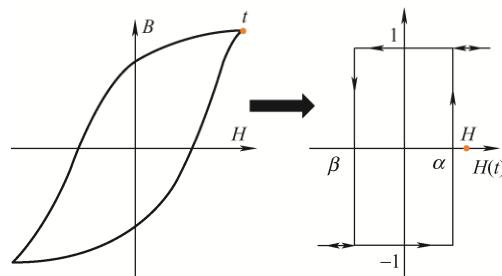


图 4 磁化状态为正饱和状态时磁磁滞回线与磁滞算子对应关系

根据图 5 和图 6 可知, 任意时刻, 区域 T 都可被直线 $L(t)$ 分为两个子区域。其中阶梯线上有一些顶点, 这些顶点的位置由输入波形的局部极大值和极小值唯一确定。则

$$B(t) = \iint_{\alpha \geq \beta} \mu(\alpha, \beta) \hat{\gamma}_{\alpha\beta}[H(t)] d\alpha d\beta = \\ \iint_{S^+(t)} \mu(\alpha, \beta) d\alpha d\beta - \iint_{S^-(t)} \mu(\alpha, \beta) d\alpha d\beta \quad (5)$$

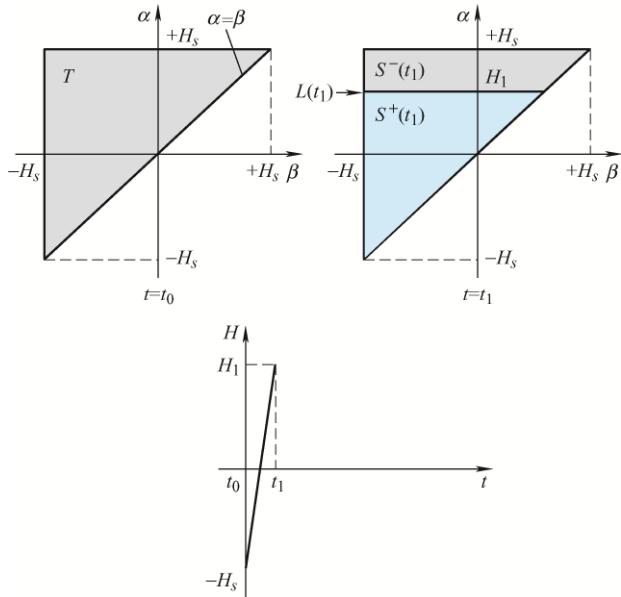
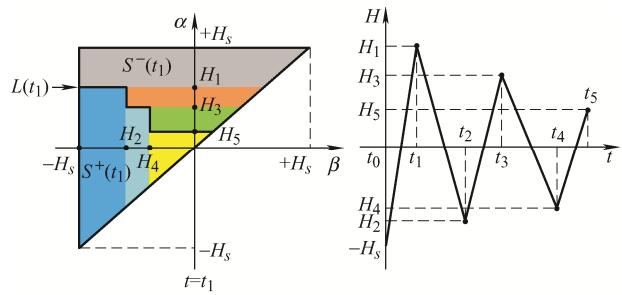
图 5 磁化过程中不同时间的 $H(t)$ 曲线

图 6 中的阶梯线表示 Preisach 磁化路径，由输入 $H(t)$ 确定。初始值为 $-H_s$ ，可以将式(1)改写为

$$M(t) = m_s \left[\int_{S^+} \mu(\alpha, \beta) d\alpha d\beta - \int_{S^-} \mu(\alpha, \beta) d\alpha d\beta \right] \quad (6)$$

$M(t)$ 取决于正 $S^+(t)$ 和负 $S^-(t)$ 区域，它们划分了图 6 中 $-f_{\alpha, \beta} = +m_s$ 的三角形，对于 $(\alpha, \beta) \in S^+(t)$ ， $f_{\alpha, \beta} = -m_s$ ， $(\alpha, \beta) \in S^-(t)$ 。 $S^+(t)$ 和 $S^-(t)$ 由阶梯线对应。 $H(t)$ 的历史极值决定了阶梯线的形状，实际上，它们是顶点的坐标。因此，阶梯线模型具有滞后记忆效应。它的构建基于两个简单的规则：① 对于单调增加的输入，阶梯线的水平部分向上移动，直到达到 $H(t)$ 的极值；② 对于单调递减的输入，垂直线段从右向左移动，直到达到 $H(t)$ 的极值。

图 6 Preisach 平面上不同阶梯线的对应的 $H(t)$ 变化曲线

Preisach 模型的数学结构具有两个基本属性。

(1) 擦除属性：与存储过程有关。 $H(t)$ 中的反转点序列(即局部最大值和最小值)可以是多余的，存

在一个具有基本反转值的子集，可以定义系统状态。以下条件表征了此子集

$$\begin{cases} H_{\max_1} > H_{\max_2} > \dots > H_{\max_n} \\ H_{\min_1} > H_{\min_2} > \dots > H_{\min_n} \end{cases} \quad (7)$$

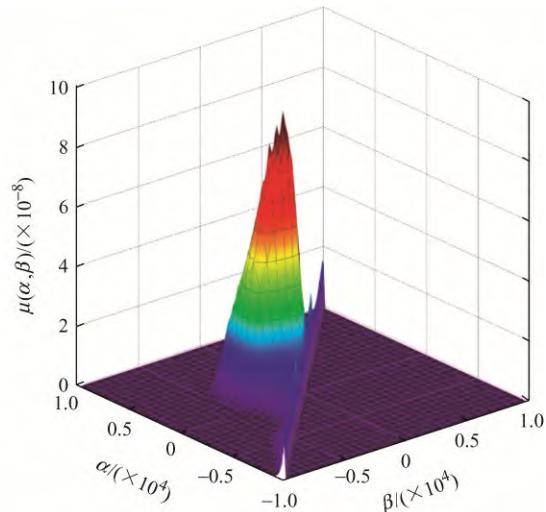
式中， $t(H_{\min_1}) < t(H_{\max_1}) < t(H_{\min_2}) < t(H_{\max_2}) < \dots < t(H_{\min_n}) < t(H_{\max_n})$ 。简而言之，仅存储 $H(t)$ 的交替主导极值，而所有其他极值都被消除。

(2) 一致性属性：由于周期性的变化，它被用于较小的循环。考虑两个不同的阶段的 $H_a(t)$ 和 $H_b(t)$ ，它们在两个值 H_1 和 H_2 之间循环，其中 $t > t_c$ 。 (α, β) 计划中针对 $H_a(t)$ 和 $H_b(t)$ 描述的行相似，因此创建了两个相似形状(一致)的次循环。但是这并不意味着它们在 (M, H) 计划中是一致的：这取决于过去两个场的演化，对于 $t > t_c$ ，两个场为 $H_a(t)$ 和 $H_b(t)$ 。如果历史记录不同，则这两个较小的循环不一致，它们将在 M 轴上移动。

正如文献[14]中所证明，擦除和一致性特性是必要的，并且是使用 Preisach 公式为物理过程建模的充分条件。但是，许多磁性材料不具备这些特性^[15]，参数和磁化过程之间的相关性并不是很清楚^[16]，且通常需要复杂的参数识别。

2.1.2 Preisach 分布函数

为了利用 Preisach 模型来描绘任一磁滞回线，Preisach 分布函数 $\mu(\alpha, \beta)$ 是必须的。Preisach 分布函数通常由试验测定方法来获得，它的选择直接关系到计算结果的准确性。经典 Preisach 模型并未考虑磁化强度的可逆分量，因此由其分布函数得出的磁化曲线的初始磁化率为零。Preisach 分布函数的选择很复杂，其 3D 示意图如图 7 所示。

图 7 Preisach 分布函数 $\mu(\alpha, \beta)$ 的 3D 示意图

EVERETT 认为，要对磁化曲线的上升与下降分支用通用的分布函数来表示，在理论上是比较困

难的。这是因为: ① 分布函数的概念假定一个给定磁畴(或磁偶极子)的状态独立于其邻近的磁畴(或磁偶极子); ② 分布函数只限定有两种可能的取值, 并未考虑磁畴的取值; ③ 未包含与时间相关的过程。

由于分布函数在整个磁化过程中保持不变, 因此理论上计算所得的磁带回线在其端点处总是闭合的, 而试验上测定的磁带回线并不闭合。在低场区瑞利回线的相同幅值场回转点之间的磁化强度存在的偏差已被试验所证实。因此, 在磁化过程的不同阶段, 分布函数并不是一成不变, 然而到目前为止, 还没有办法来确定这个不确定性的函数。然而目前为了保证模型的计算精度, 对经典 Preisach 模型的实现过程进行化简, 采用洛伦兹函数、高斯函数、 \cosh 函数等近似代替 Preisach 分布函数。但是上述代替型分布函数均存在参数辨识问题, 参数的选取直接决定了 Preisach 模型的精度。

2.2 矢量 Preisach 模型

矢量 Preisach 模型是将标量 Preisach 模型在不同方向上的分量进行矢量叠加而成, 由 MAYERGOYZ^[17] 在 1988 年提出。该模型是基于连续的标量 Preisach 磁滞算子在二维空间中构建。每个磁滞算子相对于其相邻的算子都有一定的旋转角度。磁滞算子的输入为在该磁滞算子方向上的外加磁场分量, 输出为该方向上的磁化强度, 矢量磁滞模型的输出为所有磁滞算子输出的矢量和。相比于其他模型, 矢量 Preisach 磁滞模型参数较少, 因此在某些情况下能够有效地用于计算矢量磁滞, 但并不适用于描述矢量磁滞的可逆过程。根据式(1), 二维矢量 Preisach 模型可用极坐标表示为

$$\mathbf{M}(t) = \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \hat{\mathbf{e}}_\phi \left[\int_{-\infty}^{+\infty} d\alpha \int_{-\infty}^{\alpha} \mu(\alpha, \beta, \theta) \hat{\gamma}_{\alpha\beta} H_\phi(t) d\beta \right] d\phi \quad (8)$$

式中, $\hat{\mathbf{e}}_\phi$ 为沿着极坐标中 ϕ 角方向上的单位向量; $H_\phi(t)$ 为向量 $\mathbf{H}(t)$ 沿着 $\hat{\mathbf{e}}_\phi$ 方向的映射。

三维 Preisach 矢量模型为

$$\mathbf{M}(t) = \int_0^{2\pi} \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \hat{\mathbf{e}}_{\phi,\theta} \left[\int_{-\infty}^{+\infty} d\alpha \int_{-\infty}^{\alpha} \mu(\alpha, \beta, \phi) \hat{\gamma}_{\alpha\beta} H_{\phi,\theta}(t) d\beta \right] \sin \theta d\theta d\phi \quad (9)$$

式中, $\hat{\mathbf{e}}_{\phi,\theta}$ 为沿着 θ 角和 ϕ 角方向之间的单位向量; $H_{\phi,\theta}(t)$ 为向量 $\mathbf{H}(t)$ 沿着 $\hat{\mathbf{e}}_{\phi,\theta}$ 方向的映射。

文献[18]提出了一种二维动态矢量 Preisach 模型, 将矢量 Preisach 磁滞模型输出变化率 $d\mathbf{M}_\phi/dt$ 相关项引入其中, 可用于各向同性材料的磁带回线模拟。文献[2]引入幅值与方向角的关联参数改善磁场强度的曲线形态, 不仅能模拟各向同性磁滞特性,

还能模拟各向异性的磁滞特性。同时利用粒子群 (Particle swarm optimization, PSO) 和 Powell 方向加速的组合优化策略, 实现矢量 Preisach 磁滞模型的高效参数辨识。文献[13]将两个一维函数的乘积形式作为 Preisach 分布函数, 然后通过对分布函数积分可以获得 Everett 函数与动态磁化率, 并将积分以封闭形式表征, 得到闭式表达式应用于 Preisach 模型中, 可以快速准确地模拟直流和交流条件下电工钢片的磁化过程。分别建立静态和动态磁滞模型进行对比分析, 验证了改进方法的有效性和准确性。

2.3 Preisach 模型的参数辨识

在 Preisach 模型的参数辨识领域, 匈牙利学者 SZABO 团队^[19] 引入了如图 8 所示的 Everett 函数, 并通过指数函数的逼近拟合来改进该模型。他们提出了基于封闭形式的 Everett 函数的新方法, 为解决 Preisach 模型参数辨识的问题提供了创新思路。与传统的 Everett 方法相比, 该方法显著减少了有限元计算过程中存储大量离散型数据的需求。尽管如此, 该方法在快速准确获得 Everett 函数参数方面仍面临挑战。

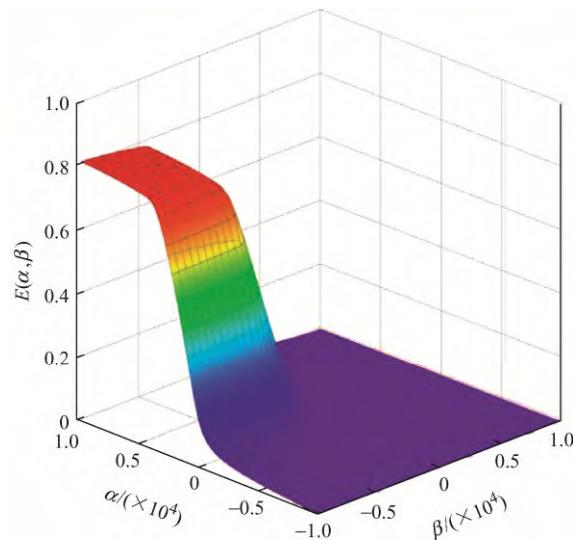


图 8 Everett 函数

文献[20]提出了利用改进速度可控粒子群算法、遗传算法、模拟退火算法分别进行了参数辨识研究, 收敛速度和辨识精度都有明显改善, 性能更优。文献[21]提出了利用 Levenberg-Marquardt 算法进行 Everett 函数参数辨识, 能够迅速迭代计算出最优结果, 仿真结果如图 9 和图 10 所示。文献[22]通过采用洛伦兹分布函数作为近似手段, 实现了模型分布函数的简化, 从而优化了 Preisach 模型的实现过程。文献[23]提出利用 \cosh 函数近似代替 Preisach 分布函数, 同时引入 Everett 函数建立解析形式的磁滞数学模型, 有效地模拟了铁磁材料的静态磁

滞回线。

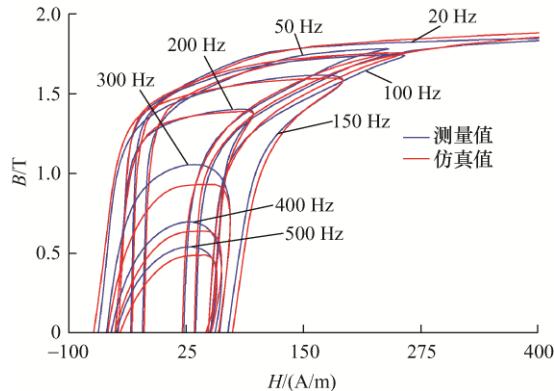


图 9 不同频率下的磁滞回线测量值与仿真值对比

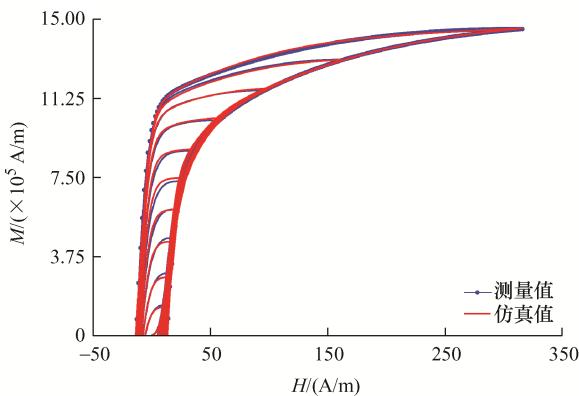


图 10 不同磁密下的磁滞回线测量值与仿真值对比

3 Jiles-Atherton(J-A)模型

Jiles-Atherton(J-A)模型是最常用的标量磁滞模型之一,由JILES和ATHERTON^[24-25]于1983年共同提出,其物理意义清晰、参数较少,仅包含一个一阶常微分方程,但是模型参数识别的复杂性和困难性一直以来困扰着研究人员。许多传统优化方法曾被用来计算J-A模型参数,但是这些方法容易受初始值选择的影响,导致算法的收敛性得不到保证、容易陷入局部极小且计算量通常也很大。很多优化方法,尤其是基于求导寻优的优化方法,面对模型方程的不连续、离散、单峰与多峰等数学性质也越来越显得“力不从心”。

3.1 标量 J-A 模型

原始的J-A模型除了考虑可逆/不可逆磁化现象之外,还考虑了无滞后磁化曲线,即不仅考虑磁畴旋转,还考虑磁畴壁运动引起的损耗。该模型被构造为一个微分方程,即

$$\frac{dM}{dH} = \frac{1}{1+c} \frac{dM_{irr}}{dH} + \frac{c}{1+c} \frac{dM_{an}}{dH} \quad (10)$$

式中, M_{irr} 为不可逆磁化强度; M_{an} 为无磁滞磁化强度。

根据 Langevin 顺磁性理论,可得到无滞后磁化强度解析式,在顺磁性材料基础上发展应用于铁磁性材料。经典 Langevin 函数为

$$\begin{cases} M_{an}(H_a) = M_{sat} \left[\coth\left(\frac{H_a}{a}\right) - \frac{a}{H_a} \right] \\ H_a = H + \alpha M \end{cases} \quad (11)$$

式中, H_a 是施加磁场强度, $a = k_B T / \mu_0 m$, k_B 是玻尔兹曼常数, T 是材料的绝对温度, μ_0 是空间磁导率, m 是材料中每个磁偶极子的大小。

Langevin 方法假设材料的单个磁矩不会互相影响,仅对磁场和温度敏感。但对于铁磁材料,式(11)中的 H_a 不再适用。实际上,磁矩之间有很强的相互作用,特别是在居里温度以下^[26]。1907 年,外斯提出分子场理论,假设铁磁物质内部在居里温度以下存在一个很强的分子磁场,数值上可达 10^9 A/m,表明磁矩瞬间的相互作用。假定内部虚拟场 H_m 与 M 成正比,而 M 又与 H_a 相关。因此合成场强 H_r 由式(12)给出

$$H_r = H_a + H_m = H_a + \gamma M(H_a) \quad (12)$$

对于式(11)中的 H_a 可用 H_r 代替,该方程描述的是饱和现象,而不是磁滞现象。由能量平衡条件^[27]推导出与不可逆磁化的磁滞方程 M_{irr} ,该磁滞方程由外源提供的磁能 M_s 、静磁场储能的变化(A)和磁滞损耗(B)之间的能量平衡条件推导而成。对于初始去磁的材料($M_s = M_{an}$),这种能量关系如下所示

$$\mu_0 \int M_{an} \cdot dH_r = \underbrace{\mu_0 \int M \cdot dH_r}_{A} + \underbrace{\mu_0 k(1-c) \int \delta \frac{dM_{irr}}{dH_r} \cdot dH_r}_{B} \quad (13)$$

式中, k 为钉扎系数,与磁滞引起的能量损耗有关。参数 δ 保证了 B 始终是损耗能量(即 $dM_{irr} / dH_r > 0$)。 c 为可逆系数,取值范围为 $0 < c < 1$,如果 $c=0$,则磁化强度的变化不可逆;如果 $c=1$,则表示磁化强度的变化可逆。由式(13)可知,在静态或准静态平衡条件下,只有 M_{irr} 的变化才会导致能量损耗。考虑磁化的可逆和不可逆分量,则有

$$M = M_{rev} + M_{irr} \quad (14)$$

结合式(12)对式(11)进行微分,可得

$$M_{an} = M_{rev} + M_{irr} + k(1-c)\delta \frac{dM_{irr}}{dH_r} \quad (15)$$

如果只存在不可逆分量, 则 $c=0$, $M_{rev}=0$ 。

根据式(15)可得

$$M_{irr} = M_{an} - k\delta \frac{dM_{irr}}{dH_r} \quad (16)$$

将式(16)代入式(15), 可得

$$M_{rev} = c(M_{an} - M_{irr}) \quad (17)$$

因此, 当不存在不可逆分量时, 总磁化强度 $M(H_a)$ 与无磁滞磁化强度 $M_{an}(H_a)$ 是一致的。考虑式(14)、(16)、(17)和(12), 磁化强度随外加磁场的变化率为

$$\frac{dM}{dH_a} = \frac{ck\delta \cdot dM_{an}/dH_a + (M_{an} - M)}{k\delta - \gamma(M_{an} - M)} \quad (18)$$

式(18)由无滞后曲线的磁化位移决定, 该方程模拟了 J-A 模型的磁滞特性。结合式(11)可知, 该模型有以下 5 个物理参数: a 、 γ 、 c 、 k 和 M_{sat} 。

3.2 矢量 J-A 模型

J-A 矢量磁滞模型是标量 J-A 模型的扩展, 用于描述磁性材料在复杂磁场条件下的矢量磁滞特性, 最早由 BERGQVIST^[28]在 1996 年提出。该矢量模型对于各向异性和各向同性磁性材料均适用, 在经典标量 J-A 模型的基础上引入辅助矢量

$$\mathbf{X}_f = \mathbf{k}^{-1}(\mathbf{M}_{an} - \mathbf{M}) \quad (19)$$

式中, \mathbf{k} 为磁滞特性耦合参数, \mathbf{M}_{an} 为标量无磁滞磁化强度 M_{an} 的矢量, \mathbf{M} 为总磁化强度矢量。

矢量 J-A 磁滞模型通过引入矢量形式的有效场和损耗项, 来描述磁性材料在三维磁场作用下的磁滞现象。与标量 J-A 磁滞模型相比, 矢量 J-A 磁滞模型改进如下所示。

(1) 动态特性的改进: 标量 J-A 磁滞模型主要用于描述静态或准静态磁滞现象。为了模拟动态磁滞过程, 模型被扩展以包括频率依赖性和涡流损耗效应。文献[29]为了预测磁性材料在不同激励和频率下的磁滞行为, 通过利用 Bertotti 公式对 J-A 模型进行扩展, 考虑了磁化过程的动态特性。文献[30]为了准确计算铁心损耗, 将考虑磁滞、涡流和附加损耗的 J-A 动态磁滞模型与有限元法相结合。将传统的 J-A 磁滞模型与瞬时涡电流和附加损耗模型相结合, 建立了 J-A 动态磁滞模型。

(2) 矢量磁滞的描述: 为了描述在任意方向上磁场作用下的磁滞行为, 标量 J-A 模型被扩展到矢量形式, 引入附加参数来描述磁场方向的变化对磁滞特性的影响。文献[31]在参数求解时将磁滞回线进行了分组, 并进一步引入了参数 k 与磁通密度的变化关系, 将参数 k 作为磁通密度的函数, 并给出

固定参数和变化参数磁滞模型计算结果和试验测量结果的比较, 提高了模型计算的精度。

(3) 微观机制的考虑: 一些改进模型尝试将微观磁化机理, 如磁畴壁运动和磁畴旋转, 纳入考虑范围, 以提高模型的物理解释能力。文献[32]分析了硅钢片的磁化物理机理, 利用磁畴磁矩的运动过程解释硅钢片磁致伸缩物理发生机理, 在 J-A 磁滞模型中引入相关参数, 改进 J-A 模型, 模型计算结果与试验结果具有良好的一致性。

3.3 磁滞模型中局部小磁滞回环预测

目前, 大多数电工装备在非正弦激励下运行, 如磁场调制型电机等, 输入的磁密波形含有丰富的谐波分量, 导致出现含有偏置非对称小磁滞回环的复杂磁滞回线(图 11)。精确且快速地模拟非正弦激励下含有偏置非对称小磁滞回环的复杂磁滞回线, 对于电机电磁特性分析和拓扑结构优化设计具有重要意义^[33]。近年来, 研究人员针对经典磁滞模型如 J-A 模型进行了改进和优化, 以提高局部小磁滞回环的模拟精度。其中文献[34]对传统的 J-A 磁滞模型进行了修改, 以提高对小回环的预测精度。该方法引入了附加参数来调整模型的非线性特性, 从而更好地拟合试验数据。改进后的方法使得模型能够更准确地计算磁性材料的微小磁化变化。文献[35]在弱磁场下对 J-A 模型参数估计, 提出了一种新的参数估计方法, 该方法利用小信号近似来简化模型的数学表达式, 使得参数估计更加准确和高效, 特别是在处理低磁场强度时。文献[36]提出了一个基于能量的磁滞模型, 用于描述铁磁材料的各向同性磁化过程。该模型考虑了磁化过程中的能量变化, 能够更好地模拟实际磁滞回环的形状。虽然该模型主要用于饱和磁化的主磁滞回环模拟, 但对于理解和改进小回环模型也具有参考价值。文献[37]提出了一种动态磁滞回环模型, 用于模拟含有谐波分量的电工钢的磁化行为。该模型能够准确地预测在交变磁场下电工钢的磁滞特性, 包括小磁滞回环的形

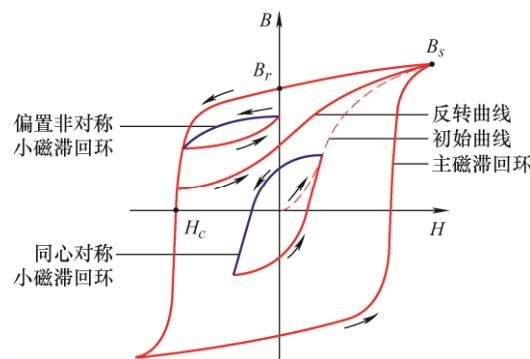


图 11 含小磁滞回环的磁滞曲线示意图

状。该研究对于电磁设备的设计和优化具有重要意义。综上所述, 局部小磁滞回环预测是磁滞模型研究中的一个重要方向, 涉及多种模型和方法。未来的工作将继续探索更准确、更高效的预测模型, 以促进磁性材料和器件的发展。

3.4 J-A 模型的参数辨识

J-A 模型由代数-微分方程组描述, 如表 1 所示, 有 5 个未知参数, 未知参数的取值决定了磁滞回线的形状, 从而影响 J-A 模型表征磁性材料磁滞特性的精确度。而要得到这 5 个参数, 需要通过已有试验数据进行参数辨识。

表 1 J-A 模型主要参数

参数	单位	说明
M_{sat}	A/m	饱和磁化强度
γ	—	磁畴内耦合平均场参数
a	A/m	无磁滞磁化曲线形状参数
c	—	可逆系数
k	A/m	钉扎系数, 与磁滞损耗有关

通过试验测得铁磁材料的饱和磁滞回线, 然后确定其中 7 个特征参数: ①一般磁化曲线的初始磁导率 μ_{in} ; ②矫顽力点的磁导率 μ_{Hc} ; ③矫顽力 H_c ; ④剩磁点的磁导率 μ_{Mr} ; ⑤剩磁 M_r ; ⑥磁滞回线顶点的磁导率 μ_m ; ⑦磁滞回线的顶点值 (M_m, H_m) 。

(1) 在初始点 ($H = 0, M = 0$), 初始磁导率 μ_{in} 的计算公式为

$$\eta_{in} = \eta_{H=0, M=0} = \frac{cM_s}{3a} \quad (20)$$

$$\mu_{in} = \left(\frac{dM}{dH} \right)_{H=0, M=0} = \frac{\mu_{in}}{1-\alpha\mu_{in}} = \frac{cM_s}{3a-\alpha cM_s} \quad (21)$$

则可以得出第 1 个待求解方程

$$c = \frac{3a\mu_{in}}{(1+\alpha\mu_{in})M_s} \quad (22)$$

式中, a 和 α 可以设定初始值, 便可以计算得到参数 c 。

(2) 在矫顽力点 ($H = H_c, M = 0$), 矫顽力点的磁导率计算公式为

$$\eta_{Hc} = \eta_{H=H_c, M=0} = \frac{(1-c)M_{an}(H_c)}{k} + c \frac{dM(H_c)}{dH_e} \quad (23)$$

$$\mu_{Hc} = \frac{\eta_{Hc}}{1-\alpha\eta_{Hc}} \quad (24)$$

其中参数 a 、 α 和 c 已知, 上述是参数 k 和 H_c 的关系式, 因此可用第 2 个待求解方程表示

$$f_c = \eta_{Hc}(1+\alpha\mu_{Hc}) - \mu_{Hc} \quad (25)$$

(3) 在剩磁点 ($H = 0, M = M_r$), 剩磁点磁导率的计算公式为

$$\eta_{Mr} = \eta_{H=0, M=M_r} = (1-c) \frac{M_r - M_{an}(M_r)}{k} + c \frac{dM_{an}(M_r)}{dH_e} \quad (26)$$

$$\mu_{Mr} = \frac{\eta_{Mr}}{1-\alpha\eta_{Mr}} \quad (27)$$

式(27)是关于参数 α 和 μ_{Mr} 关系的方程, 则可用第 3 个待求解方程表示

$$f_{Mr}(\alpha) = \eta_{Mr}(1+\alpha\mu_{Mr}) - \mu_{Mr} \quad (28)$$

(4) 磁滞回线顶点 ($H = H_m, M = M_m$), 磁滞回线顶点磁导率 μ_m 的计算公式如下

$$\eta_m = \eta_{H=H_m, M=M_m} = (1-c) \frac{M_{an}(H_m, M_m) - M_m}{k} + c \frac{dM_{an}(H_m, M_m)}{dH_e} \quad (29)$$

$$\mu_m = \frac{\eta_m}{1-\alpha\eta_m} \quad (30)$$

式(30)是关于参数 a 和 μ_m 关系的方程, 用第 4 个待求解方程表示

$$f_m(a) = \eta_m(1+\alpha\mu_m) - \mu_m \quad (31)$$

联立 4 个待求解方程可以得到相关参数。

由于 4 个方程组成的方程组是非线性方程组, 可通过优化算法求解。目前, 已有诸多智能优化算法被成功应用于 J-A 模型的参数辨识^[38-41], 如粒子群优化算法(PSO)^[42]、遗传算法(Genetic algorithm, GA)^[43]和随机性与确定性混合优化算法^[44]等。图 12 为 PSO 算法对 J-A 模型参数辨识结果。以上算法采用拟合方法, 以实测与模拟计算磁滞回线之间的误差最小化为目标, 利用其强大的并行搜索能力来辨识 J-A 模型参数, 有效解决了解析公式法在参数初始值选择、模型方程迭代顺序以及磁滞磁化曲线获取上的困难。虽然这些算法在全局搜索能力和鲁棒性方面表现出色, 但也存在收敛速度慢、参数调整复杂和计算成本高等问题。在具体应用中, 应根据问题特点和可用计算资源来选择和调整合适的算法及参数。通过优化搜索策略, 可以提高接近全局最优解的迭代速度。多次以不同初始点启动优化算法有助于增加找到全局最优解的可能性。结合全局和局部优化算法的优点, 能够在全局搜索阶段快速接近最优解, 并在局部搜索阶段精确确定最优解。

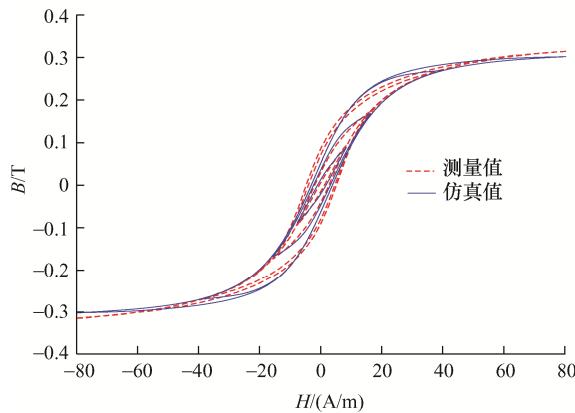


图 12 J-A 模型参数辨识结果

4 Stoner-Wohlfarth 模型

Stoner-Wohlfarth 模型是一种经典的矢量磁滞模型, 经常被引用于计算单畴铁磁体的磁性质。该模型对于建立微型磁体的模型, 如在磁性存储、生物磁学以及晶体磁性等领域中, 具有重要应用。该模型由 STONER 和 WOHLFARTH^[45-46]于 1948 年开发, 其主要功能是描述各向异性铁磁粒子的磁性行为。该模型适用于非相互作用的磁性粒子, 它们通过相干旋转来改变其磁化状态, 而不是畴壁运动。Stoner-Wohlfarth 模型的输出是非相互作用 S-W 粒子的输出的加权和。每一个 S-W 粒子的输出由下列两个矢量值函数 $\mathbf{M}_{\theta,\alpha}^+(\mathbf{u})$ 和 $\mathbf{M}_{\theta,\alpha}^-(\mathbf{u})$ 之一来确定, θ 是粒子的易轴方向, α 为描述粒子单轴各向异性特征的常数。为了选择上面两个函数中的一个, 必须记录输入的历史值, 因此需要使用星形规则来确定方向, 该方向可通过求解能量最小方程而确定

$$\cos[(\phi(t)-\theta)+S\beta]=\frac{S}{2h}\sin 2\beta \quad (32)$$

式中, $\phi(t)$ 为输入 $\mathbf{u}(t)$ 的方向, 与粒子易轴方向的夹角为 $(\phi(t)-\theta)$; h 为用开关场最大值 H_{\max} 折算后的场值, 即 $H_{\max}=2\alpha/M_s$; M_s 为饱和磁矩。

设磁化强度 $\mathbf{M}_{\theta,\alpha}^+(\mathbf{u})$ 与粒子易轴方向夹角为 γ , 则可用式(33)确定

$$\gamma=\frac{\pi}{2}-\frac{\beta}{S} \quad (33)$$

式中, $S=\pm 1$, 取决于磁化强度方向与易轴方向相同或相反。

把磁滞算子 $\mathbf{r}_{\alpha,-\alpha}$ 的两种可能状态与 S-W 粒子的两种可能的输出状态相关联, 在这种情况下, S-W 粒子的输出由下式确定

$$\mathbf{M}_{\theta,\alpha}(\mathbf{u})=\mathbf{D}_{\theta,\alpha}(\mathbf{u})\mathbf{r}_{\alpha,-\alpha}[u(t)\xi(\phi(t)-\theta)]+\mathbf{r}_{\theta,\alpha}(\mathbf{u}) \quad (34)$$

$$\xi(\varphi)=\cos\varphi(1+\tan^{2/3}\varphi)^{3/2} \quad (35)$$

$$\mathbf{D}_{\theta,\alpha}(\mathbf{u})=\frac{1}{2}(\mathbf{M}_{\theta,\alpha}^+(\mathbf{u})-\mathbf{M}_{\theta,\alpha}^-(\mathbf{u})) \quad (36)$$

$$\mathbf{r}_{\theta,\alpha}(\mathbf{u})=\frac{1}{2}(\mathbf{M}_{\theta,\alpha}^+(\mathbf{u})+\mathbf{M}_{\theta,\alpha}^-(\mathbf{u})) \quad (37)$$

利用上述方程, S-W 模型的输出可表示为

$$\bar{f}(t)=\int_{-\pi/2}^{\pi/2} d\theta \int_0^\infty w(\alpha, \theta) \mathbf{D}_{\theta,\alpha}(\mathbf{u}) \mathbf{r}_{\alpha,-\alpha}[u(t)\xi(\phi(t)-\theta)] d\alpha + \int_{-\pi}^{\pi/2} d\theta \int_0^\infty w(\alpha, \theta) \mathbf{r}_{\theta,\alpha}(\mathbf{u}) d\alpha \quad (38)$$

式中, $w(\alpha, \theta)$ 为 Stoner-Wohlfarth 模型分布函数。

5 Energetic 模型

5.1 静态 Energetic 磁滞模型

静态 Energetic 模型是一个基于铁磁材料能量守恒和磁畴统计特性的唯象数学模型^[47], 由 HAUSER^[48]在 1994 年提出并应用于研究定向电工钢的磁化特性。该模型不仅在定向电工钢上有所应用, 还被扩展到各向同性磁铁材料的研究中。Energetic 模型的核心在于通过最小化总能量密度来计算铁磁材料的磁场能量。其中, 铁磁材料的总能量密度包括外部施加的磁场能量密度和磁化能量密度两部分, 即

$$W_T=W_H+W_D+W_R+W_L \quad (39)$$

式中, W_H 为外加磁场能量密度, W_D 为退磁磁场能量密度, W_R 为可逆磁场能量密度, W_L 为不可逆磁场能量密度。

根据铁磁材料能量最小化原理和磁畴统计特性, 得到静态 Energetic 模型的解析表达式为

$$H=H_D+\operatorname{sgn}(m)H_R+\operatorname{sgn}(m-m_0)H_i=N_e M_s m+\operatorname{sgn}(m)H_R+\operatorname{sgn}(m-m_0)\cdot\left(\frac{k}{\mu_0 \times M_s}+c_r H_r\right) \times \left(1-\rho \exp\left(-\frac{q}{\rho}|m-m_0|\right)\right) \quad (40)$$

式中, H 为磁场强度, H_D 为退磁磁场强度, H_R 为可逆磁场强度, H_i 为不可逆磁场强度, m 为归一化磁化强度, M_s 为饱和磁化强度, m_0 为上一个磁化反转点对应的 m 值, N_e 为退磁因子, k 为磁滞损耗系数, μ_0 为真空磁导率, c_r 为磁畴的自适应尺寸比例系数, ρ 为反转函数, q 为与钉扎位密度相关系数。

$$H_R=h\left[\left[(1+m)^{1+m}(1-m)^{1-m}\right]^{g/2}-1\right] \quad (41)$$

式中, h 为与饱和磁场相关的比例常数, g 为与材料

各向异性相关的自适应常数。

$$\rho = 2 - \rho_0 \exp\left(-\frac{q}{\rho_0}|m - m_0|\right) \quad (42)$$

式中, ρ_0 为上一磁场反转点对应的 ρ 值。

综上所述, 静态 Energetic 磁滞模型相比于其他模型更加简单易懂, 便于理解和应用。该模型因其简便性而计算效率较高, 适合在需要迅速获得磁滞特性的场合使用, 因具有较好的通用性可以应用于各种不同类型的磁性材料。然而, 由于模型的简化, 其对磁性材料磁滞特性的描述不够精确, 特别是在复杂的磁化过程中。静态 Energetic 磁滞模型主要用于描述静态或低频的磁化过程, 对于高频或动态的磁滞现象可能不适用。

5.2 动态 Energetic 磁滞模型

动态 Energetic 磁滞模型是对静态 Energetic 磁滞模型的扩展, 用于更准确地描述磁性材料在动态或高频条件下的磁滞现象。与静态模型相比, 动态 Energetic 磁滞模型考虑了磁化过程中的时间依赖性和频率效应, 从而能够更好地模拟在交变磁场中材料的磁滞行为。

损耗分离是通过分析磁畴的转动特性与磁畴壁的位移特性, 并依据损耗产生的原因, 将磁性材料磁化过程中总的能量损失分为磁滞损耗、涡流损耗和异常损耗^[49], 即

$$W = W_{hys} + W_{eddy} + W_{anom} \quad (43)$$

式中, W_{hys} 大小与磁化频率无关, 称为静态损耗; W_{eddy} 和 W_{anom} 的大小在单位磁化周期内随频率的增大而增大。

由于直流磁滞回线测量困难, 因此采用测量低频下磁滞回线代替直流磁滞回线, 然后对回环面积进行数值积分来确定静态磁滞损耗。

Bertotti 通过假设磁性材料内部各处磁场均匀分布, 基于麦克斯韦方程推导得到涡流损耗计算方程^[50]如下

$$\begin{cases} W_{eddy} = k_e \int_0^T \left(\frac{dB}{dt} \right)^2 dt \\ k_e = \frac{d^2}{2\rho\beta} \end{cases} \quad (44)$$

式中, k_e 为涡流损耗系数; d 为磁性材料的厚度; ρ 为磁性材料的电阻率; β 为与材料形状特征相关的参量; T 为单位磁化周期。

通过对磁性材料内部磁畴的分布进行统计分析, 得到异常损耗的解析表达式为^[25]

$$\begin{cases} W_{anom} = k_a \int_0^T \left(\left| \frac{dB}{dt} \right| \right)^{\frac{3}{2}} dt \\ k_a = \sqrt{\frac{GSV_0}{\rho}} \end{cases} \quad (45)$$

式中, k_a 为异常损耗系数, G 为无量纲参量, S 为磁性材料的有效截面积, V_0 为反映材料局部矫顽磁场分布的统计参量。

将损耗分离理论和静态 Energetic 磁滞模型结合, 得到铁磁材料在动态磁化条件下的总能量密度计算公式如下

$$W_T = W_H + W_d + W_r + W_1 + W_{eddy} + W_{anom} \quad (46)$$

式中, $W_{hys} = W_H + W_d + W_r + W_1$ 。

通过进一步推导涡流损耗及异常损耗对应的磁场强度表达式, 并依据场分离理论^[47], 建立以 B 为输入、 H 为输出的动态 Energetic 磁滞模型表征方程

$$\begin{aligned} H_{total} &= H_{hys} + H_{eddy} + H_{anom} = \\ H_{Energetic} &+ \frac{\partial W_{eddy}}{\partial t} / \frac{\partial B}{\partial t} + \frac{\partial W_{anom}}{\partial t} / \frac{\partial B}{\partial t} = \\ H_{Energetic} &+ k_e \frac{dB}{dt} + \delta_B k_a \sqrt{\left| \frac{dB}{dt} \right|} = \\ N_e M_s m + \text{sgn}(m) \times h \left\{ \left[(1+m)^{1+m} (1-m)^{1-m} \right]^{g/2} - 1 \right\} &+ \\ \text{sgn}(m-m_0) \times \left(\frac{k}{\mu_0 M_s} + c_r H_r \right) \times & \\ \left[1 - \rho \exp\left(-\frac{q}{\rho}|m-m_0|\right) \right] &+ \\ k_e \frac{dB}{dt} + \delta_B k_a \sqrt{\left| \frac{dB}{dt} \right|} & \end{aligned} \quad (47)$$

式中, H_{total} 为总的磁场强度; H_{hys} 为静态磁场强度, 即静态 Energetic 模型; H_{eddy} 为涡流损耗磁场强度; H_{anom} 为异常损耗磁场强度; δ_B 为方向系数, $\delta_B = \text{sign}(dB/dt)$ 。

5.3 Energetic 模型的参数辨识

根据 Energetic 模型的特性, 模型的准确性依赖于多个参数的确定。若这些参数取值不准确, 将会导致模拟的磁滞回线出现较大误差。这是影响其模拟效果和精确度的关键因素。因此, 模型参数辨识是建立 Energetic 磁滞模型的关键。针对 Energetic 模型的参数辨识方法有拟合法和公式法两种。其中拟合法是构建实测结果与模拟结果误差目标函数, 将模型参数辨识问题转化为目标函数最小值的优化问题, 通过优化算法寻优获得最佳参数。公式法是通过提取铁磁材料实测初始磁化曲线和极限磁滞回

线数据的特征值, 再利用解析公式, 计算出各模型参数^[51]。根据试验测量的磁滞回线提取特征值饱和磁化点(H_s, M_s)、剩余磁化强度 M_r 、初始磁导率 μ_0 、矫顽力 H_c 、矫顽力点磁导率 μ_c 、磁场最大测量点(H_m, M_m)、主磁滞回线上升支拐点附近的任意点(H_g, M_g), 如图 13 所示。文献[52]提出了一种基于模拟退火算法与 Levenberg-Marquardt 混合算法, 具有收敛速度快、提取精度高的优异性能, 可实现 Energetic 模型参数的准确快速辨识, 同时也实现了对非对称小磁滞回环的精确模拟。文献[53]对原始的 Energetic 模型进行了扩展, 特别是在电工钢片的总能量密度方程中加入了由力学应力导致的额外能量密度。而文献[54]则在传统的静态 Energetic 模型基础上, 提出了一种新的动态 Energetic 磁滞模型。该模型结合了场分离技术和损耗统计理论, 综合考虑了谐波特征, 能够高效且准确地模拟磁性材料在宽频范围内的动态磁滞特性。

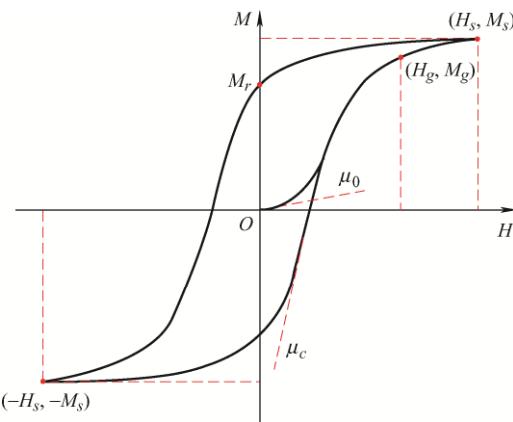


图 13 基于公式法的 Energetic 模型参数辨识所需特征值

6 E&S 模型

大量研究表明, 在电机的定子或转子齿部, 以及电力变压器铁心的 T 形接合部, 存在局部旋转磁场。这些区域的磁感应强度矢量大小和方向都在变化, 但磁场强度矢量方向并非总与之一致。实际上, 在电机和电力变压器等设备工作时, 铁心会同时出现交流磁化和旋转磁化, 局部磁场是二者的复合。铁心损耗分为交变损耗和旋转损耗, 后者可导致高局部功率损耗, 严重影响设备运行。尽管有众多旋转磁场和损耗研究, 但多数磁滞模型未考虑旋转损耗。随着测量技术进步, 日本学者 ENOKIZONO 在这一领域做出重大贡献, 并于 2000 年与 SODA 合作提出了 Enokizono and Soda (E&S) 矢量磁滞模型^[55]。该模型同时考虑交变和旋转磁化影响, 能精

确模拟电工钢片矢量磁滞特性, 通过描述磁场强度 H 与磁通密度 B 之间的关系, 可计算铁心损耗。

$$P = \frac{1}{\rho T} \int_0^T \left(H_x \frac{dB_x}{dt} + H_y \frac{dB_y}{dt} \right) dt \quad (48)$$

式中, ρ 是材料密度; H_x 、 H_y 、 B_x 、 B_y 分别是矢量 H 和 B 的两个正交分量。

该模型可以表示为

$$\begin{cases} H_x = v_{xr} B_x + v_{xi} \frac{\partial B_x}{\partial \tau} \\ H_y = v_{yr} B_y + v_{yi} \frac{\partial B_y}{\partial \tau} \end{cases} \quad (49)$$

式中, $\tau = \omega t$, v_{xr} 、 v_{yr} 为磁阻系数, v_{xi} 、 v_{yi} 为磁滞系数, 计算公式如下

$$\begin{cases} v_{kr} = \kappa_{kr_1} + \kappa_{kr_2} B_k^2 + \kappa_{kr_3} B_k \frac{\partial B_k}{\partial \tau} + \kappa_{kr_4} \left(\frac{\partial B_k}{\partial \tau} \right)^2 \\ v_{ki} = \kappa_{ki_1} + \kappa_{ki_2} B_k^2 + \kappa_{ki_3} B_k \frac{\partial B_k}{\partial \tau} + \kappa_{ki_4} \left(\frac{\partial B_k}{\partial \tau} \right)^2 \end{cases} \quad (50)$$

式中, $k=x, y$; 系数 κ_{kr_n} 、 κ_{ki_n} ($n=1, 2, 3, 4$) 由二维磁特性测量数据计算得出。

式(50)引入了 H 波形的五次谐波成分^[56], 同时简化了传统 E&S 模型中的磁阻系数和磁滞系数表达式, 降低了由 B_k 、 $\partial B_k / \partial \tau$ 的四次方项带来的有限元分析的复杂性, 并且提高了计算精度。为了使复数 E&S 模型与有限元结合时, 既能够节省时间又能够保证材料特性模拟的准确性, 文献[57]提出了一种基于磁能密度平均值和磁滞损耗密度来分别计算磁阻系数和磁滞系数的方法, 该磁滞模型可表示为

$$\begin{cases} \bar{v}_{kr} = \frac{4W_{ek}}{B_{mk}^2} \\ \bar{v}_{ki} = \frac{2P_k}{B_{mk}^2 \omega^2} \end{cases} \quad (51)$$

$$\begin{cases} \dot{H}_x = \bar{v}_{xr} \dot{B}_x + j\omega \bar{v}_{xi} \dot{B}_x \\ \dot{H}_y = \bar{v}_{yr} \dot{B}_y + j\omega \bar{v}_{yi} \dot{B}_y \end{cases} \quad (52)$$

式中, \dot{H}_x 、 \dot{H}_y 、 \dot{B}_x 、 \dot{B}_y 为复数, P_k 为硅钢片的磁滞损耗, W_{ek} 为一个周期内平均磁能密度, B_{mk} 为 B_k 的幅值。

7 基于能量的磁滞模型

2006 年, HENROTTE 等^[58]提出基于能量的磁滞模型, 该模型在建立过程中, 根据能量是否被损耗的原则将电工钢片被磁化的过程分成两个部分:

一部分为可逆磁化强度，另一部分为不可逆磁化强度。基于能量的磁滞模型是根据热力学第一定律推导得到，因此该模型可以计算电工钢片在磁化过程中的温升和热散失，同时可以考虑应力对电工钢片磁滞特性的影响，使得基于能量的磁滞模型在众多模型中脱颖而出并被广泛应用。随后，HENROTTE 等^[59]提出了基于能量的动力矢量磁滞模型，它是准静态磁滞模型的推广。该模型从机械类比的角度来考虑，用摩擦力表示布洛赫壁的钉扎效应，利用多个由干摩擦力装置组成物理模型，通过增加摩擦力装置个数来提高模型的计算准确度。但是增加参数导致模型的迭代次数成倍增加，使得基于能量的磁滞模型的计算成本大大增加。2016 年，STEENJES 等^[60]提出了磁性各向同性的基于能量的电工钢片磁滞模型，软磁材料通常被认为磁性是各向同性的。然而，由于轧制过程中，沿轧制方向存在择优方向。这种单轴磁性各向异性以及相关的磁致伸缩效应，对于准确计算旋转电机中的铁损耗和磁化能力至关重要。所以在原始基于能量的磁滞模型的基础上提出了一种基于各向同性能量的矢量磁滞模型。该模型可以用可控的精度来评估磁滞损耗，也可以考虑矢量效应(旋转滞后效应)和高次谐波的存在^[61-64]。

7.1 基于能量的磁滞模型物理机理

从磁化过程中能量变化的角度考虑，将磁化过程类比为物理学中研究静摩擦力的滑块，如图 14 所示，这里滑块可以代表材料内部的磁畴，而钉扎效应类似于静摩擦力。通过能量分析来考虑磁化过程中的能量变化，将磁化过程中的能量流向分为两部分：一部分是可逆磁场强度，代表磁畴在外加磁场作用下克服摩擦力回到原始状态所做的功，不引起能量损失；另一部分是不可逆磁场强度，代表磁畴在钉扎效应的影响下不能完全返回原始状态，导致能量转化为热量而产生热损耗。根据能量守恒定律，将两部分磁场强度的能量变化联系起来，并建立基于能量的磁滞模型。

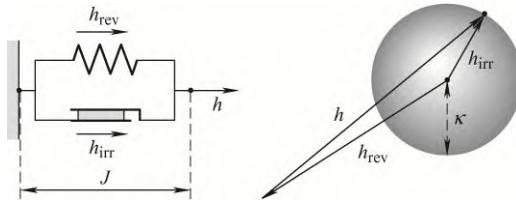


图 14 静摩擦力等效图与可逆和不可逆磁场强度关系图

$$\frac{dF}{dt} = \frac{dW}{dt} + \frac{dQ}{dt} = \mathbf{H} \cdot \frac{d\mathbf{M}}{dt} - \nabla \cdot \mathbf{q} \quad (53)$$

式中， F 表示整个铁磁材料的能量； W 是磁场做功产生的能量； Q 为系统以任何形式损失的能量。在电工钢片中能量的变化可以利用磁场强度 \mathbf{H} 、磁化强度 \mathbf{M} 和热通量 \mathbf{q} 等变量组合来表示。

7.2 基于能量的标量磁滞模型

基于静摩擦力物理模型的原理，可以得到可逆磁场强度解析式

$$\begin{cases} [h(i+1) - h_{\text{rev}}(i+1)]^2 = \kappa^2 & |h(i+1) - h_{\text{rev}}(i+1)| > \kappa \\ h_{\text{rev}}(i+1) = h_{\text{rev}}(i) & |h(i+1) - h_{\text{rev}}(i+1)| \leq \kappa \end{cases} \quad (54)$$

式中， $h_{\text{rev}}(i+1)$ 为对应当前时刻的可逆磁场强度， $h_{\text{rev}}(i)$ 为对应上一时刻的可逆磁场强度， κ 为钉扎场强。

磁滞回线可由式(55)得到，即

$$B(H) = \mu_0 M_{\text{an}}(h_{\text{rev}}) + \mu_0 H \quad (55)$$

式中， μ_0 为真空磁导率， M_{an} 为无磁滞磁化强度。

从每组磁滞回环数据中提取峰值磁场强度 H_m 和对应的磁感应强度 B_m 、矫顽力 H_c ，绘制 $H_c(H_m)$ 曲线，如图 15 所示，最后利用式(56)进行曲线拟合，求出阶梯函数每一部分的权重 ω^k 和钉扎强度 κ^k ，最终得到整个磁滞模型的钉扎分布^[65]。

$$H_c(H_m) = \frac{\sum_{k=0}^n \omega^k \kappa^k}{\sum_{k=0}^n \omega^k} \quad (56)$$

式中， $\sum_{k=0}^n \omega^k = 1$ 。

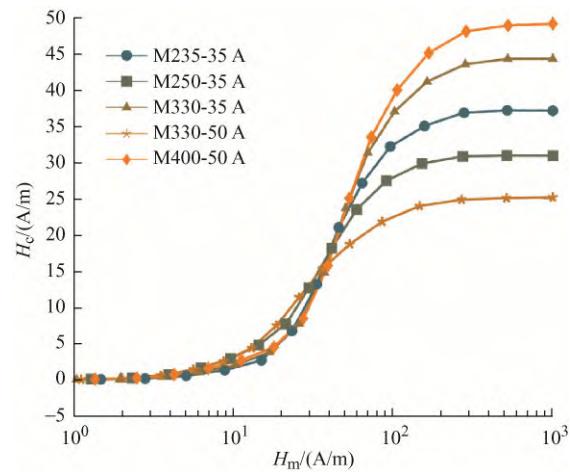


图 15 5 种不同非定向硅钢的 $H_c(H_m)$ 曲线

7.3 基于能量的矢量磁滞模型

对于某一磁化方向, 将磁感应强度 \mathbf{B} 和磁场强度 \mathbf{H} 分解为两个正交的分量, 再根据式(55)得到矢量磁滞模型如下所示

$$\begin{cases} B_x = \mu_0 M_{\text{anx}}(h_{\text{revx}}) + \mu_0 H_x \\ B_y = \mu_0 M_{\text{any}}(h_{\text{revy}}) + \mu_0 H_y \end{cases} \quad (57)$$

式中, 下标 x 和 y 分别表示 x 轴分量和 y 轴分量。

7.4 基于能量的磁滞模型参数辨识

为了确定基于能量的磁滞模型, 必须确定无磁滞磁化强度 M_{an} 、权重 ω^k 和钉扎强度 κ^k 。矢量磁滞模型的参数辨识与标量磁滞模型的参辨识基本一致, 矢量磁滞模型只是需要分别对沿 x 轴和沿 y 轴方向的参数分别进行辨识。基于上述连续数学模型, 将在标量情况下进行参数辨识。

(1) 利用式(58)计算每组磁滞回线的峰值磁化强度 M_m , 对 (H_m, M_m) 进行描点连线, 绘制出无磁滞磁化强度 M_{an} 曲线。

$$M_m = \frac{B_m}{\mu_0} - H_m \quad (58)$$

(2) 利用 Langevin 函数来拟合无磁滞磁化强度曲线, 进而求得饱和磁化强度 M_s 和特征场 H_0 。

(3) 利用峰值磁化强度 H_m 和对应的矫顽力 H_c 的数据, 绘制 $H_c(H_m)$ 曲线。

(4) 利用式(56)拟合曲线 $H_c(H_m)$, 根据峰值磁场强度将模型大致分成 N 个区域, 确定各区域钉扎场的权重 ω^k 和钉扎强度 κ^k 。

综上所述, 可以看到基于能量的磁滞模型在某些方面与传统的 J-A 模型有相似之处。特别是在处理电工钢片时, 这种模型在高磁通密度下展现出较高的计算精度。然而, 随着磁通密度的降低, 其精度也相应减少。为了应对这一挑战, 当前的解决方案是增加钉扎点数量, 可以在低磁通密度工作条件下使得磁滞回线更加平滑, 但计算成本显著上升, 同时也不利于将磁滞模型与有限元分析有效结合。因此, 虽然基于能量的磁滞模型在理论上具有优势, 但在实际应用中仍面临一些挑战和限制。

8 混合矢量磁滞模型

8.1 Preisach/S-W 混合矢量模型

Preisach/S-W 混合矢量模型结合了 Preisach 模型的通用性与 S-W 模型的微观物理基础, 用于描述磁性材料在矢量磁场作用下的磁滞现象。该模型通

过将 S-W 模型中的粒子作为 Preisach 模型的基本单元, 使每个单元能够模拟矢量磁滞特性及材料各向异性。整体磁化强度为所有基本单元的磁化矢量与 Preisach 分布函数乘积的叠加。在此框架下, Preisach 模型考虑了粒子间相互作用, 而 S-W 模型考虑了材料的各向异性和矢量特性。该混合模型扩展了传统方法的应用范围, 实现了二者优势的融合, 从而更为精确地描述磁性材料的矢量磁滞行为。

FRIEDMAN 等^[66]将不同磁滞模型进行融合, 对 S-W 模型和 Mayergoz 的矢量 Preisach 模型进行了更加通用化的扩展, 提出了一种通用的矢量 Preisach 磁滞模型。MICHELAKIS 等^[67]提出了将标量 Preisach 模型与矢量 S-W 模型进行融合, 使得混合模型具有 S-W 模型的矢量特性, 同时实现了密度函数可视化, 更加真实地模拟材料磁滞行为。KOH 等^[68]以 S-W 为基础, 利用 Preisach 模型的密度分布函数来考虑矫顽力和相互作用场, 但该模型仅限于各向同性的铁氧永磁体的磁滞特性分析, 如果密度函数选取不当, 会产生很大误差。TORRE 等^[69-70]提出了一般磁滞模型, 随后又提出 PSW 模型 (Preisach-Stoner-Wohlfarth vector model)^[71], 将外加磁场和粒子间的相互影响场的矢量和定义为一个网络场, 然后确定磁化强度的大小与方向。河北工业大学李丹丹等^[72]提出了一种新的二维矢量磁滞算子的定义方法, 建立了 SMC 材料的二维矢量磁滞数学模型, 通过计算结果与试验结果的对比分析, 该模型能够有效且准确地模拟不同激励条件下的 SMC 材料的磁滞特性。

8.2 J-A/S-W 混合矢量模型

J-A/S-W 混合矢量模型是将 J-A 模型与 S-W 模型结合, 基本思想就是用一个 S-W 建模理论计算得出的磁滞曲线, 代替经典 J-A 模型的无磁滞磁化函数并作为 J-A 模型的输入, 在经典的顺磁方程中引入了磁反馈, 得到适合 J-A 模型的 3D 输出^[73]。文献[74]专门针对 J-A/S-W 三维混合矢量模型理论和仿真进行分析研究, 将 J-A 模型和 S-W 模型合并到一个方程中, 可以同时对温度效应、钉扎效应以及涡流损耗、磁共振、单轴各向异性进行建模。文献[75]提出了基于 J-A/S-W 模型的混合矢量磁滞模型, 以 S-W 模型得出的三维各向异性的向量作为 J-A 模型的输入, 实现了将各向异性引入到 J-A 模型中。目前, 关于 J-A/S-W 混合矢量模型的研究文献偏少, 应用研究不如 Preisach/S-W 混合矢量模型广泛。

9 磁滞模型与有限元结合

尽管在模拟磁性材料方面已有大量研究成果,但在工程电磁场的数值分析中,前面所述模型的应用仍然受限。在仿真过程中,不仅需要依赖大量试验数据,而且在利用有限元法对电机等电气设备进行分析时,需要将模型应用于整个解域的所有单元,并进行非线性求解,这导致计算效率低下且可能出现收敛困难。因此,在工程分析中实现磁性材料特性的精细模拟存在挑战。为了准确计算电机、变压器等产品中的损耗以及交变和旋转磁场对铁心材料的影响,必须考虑电工钢片在动态磁场作用下的磁特性。近年来,结合有限元法和电工钢片的动态磁特性开展的研究已取得初步成果。

文献[76]针对神经网络技术对于电气元件的磁特性研究进行了模拟,提出了以磁场强度随磁通密度变化而变化的神经网络磁滞模型,并将此模型与有限元分析相结合,把其中磁阻率不连续的问题用固定点法进行解决。文献[77]提出了一种新的矢量 J-A 磁滞模型,并将其与有限元分析相结合。该模型在有限元分析程序中实现,并用于模拟单环结构永磁环面的磁场。结果验证了该模型在模拟磁性材料磁性方面的有效性和准确性。文献[57]提出了一种描述硅钢片二维矢量磁特性的复数 E&S 模型,并推导了相应的有限元分析公式。计算结果表明,该方法不仅节省了计算时间,而且保证了材料特性模拟的准确性,是一种更适用于工程应用的矢量磁特性模型。文献[78]将 J-A 磁滞模型应用在电磁仿真中,将其与有限元分析相结合,并推导出相应的控制方程。通过建立电抗器模型,采用 J-A 磁滞模型和有限元分析相结合的方法进行计算分析,得到了电抗器的磁滞回线,验证了该方法的有效性。文献[79]提出了一种动态逆 Preisach 的宽频磁滞模型,自主研发了整套有限元与磁滞模型高效率耦合程序,建立了各向异性电磁数值验证的工程标准模型,提高了空间磁各向异性和旋转磁滞损耗的计算精度。文献[80]提出了旋转磁滞模型与有限元计算结合的方法,并成功应用于变压器铁心局部磁滞特性的有限元计算。文献[81]为了从根本上提高其数值性能,提出了 Preisach-Mayergoz 矢量磁滞模型,并嵌入有限元软件中,仿真结果与试验数据吻合较好。

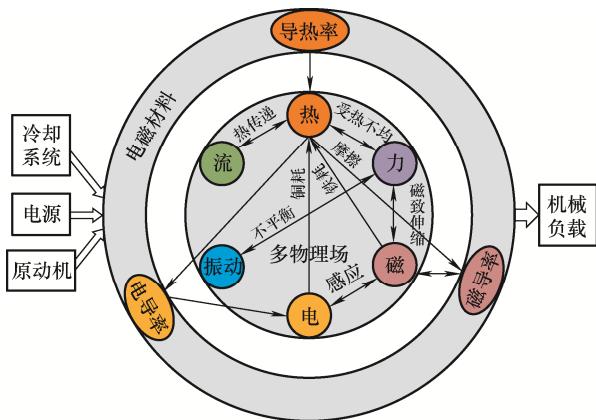
综上所述,将磁滞模型嵌入到有限元分析中是

比较复杂的工程,研究人员致力于开发高效的数值算法来解决这一问题。特别是在新型高功率密度电机多物理场耦合分析时,磁滞模型与有限元结合相对复杂。虽然理论研究较多,但在工程实践中的推广应用很少见。

10 磁滞建模与电机设计

电机作为现代工业中不可或缺的一部分,应用广泛,其性能的提高和可靠性的保证对于实现工业现代化具有重要意义。电机的性能很大程度上取决于电机用的磁性材料的性能。磁性材料的磁滞特性是磁场控制下磁通量与磁场强度之间的关系,是磁性材料的重要性能指标。在电机设计中,必须准确地知道磁性材料的磁滞性质,才能准确预测电机的工作性能。因此,磁性材料的磁滞性建模是电机设计过程中的重要研究方向之一。磁性材料的磁滞建模在过去几十年中已经得到了广泛的研究。早期的磁滞建模方法是通过分析试验数据来得到一些经验公式,这些公式可以用来描述磁性材料的磁滞性质。然而,这种方法需要大量的试验数据,并且难以描述复杂的磁滞行为,如磁滞回线的形状和大小等。因此,磁滞性建模的研究逐渐向基于物理原理的建模方法转变。

随着电机的功率密度提升,其损耗密度、电磁应力和温升也随之增加,这使得软磁材料的工作环境变得更加恶劣。具体包括铁心更加饱和,工作温度和频率更高。在其他物理场和复杂的电磁激励(如高频、非正弦波)的作用下,软磁材料的磁性能会发生变化,并呈现强耦合特性。如图 16 所示,这种耦合效应会影响电磁场和其他物理场的分布。因此,为了精确分析和设计高功率密度的电机,必须考虑这些耦合效应。电机设计研究人员需要探究软磁材料参数与其他物理场(如应力、温度)的相互耦合理论,并开发精确的材料数据、模型以及结合精细模型的电磁场计算方法。否则,即使使用最先进的电机设计优化算法,也无法实现真正优化的设计方案。传统电机设计通常采用粗放的磁路分析方法或基于单一物理场的有限元方法,这种方法无法充分利用材料性能,设计误差通常会通过牺牲材料利用率来弥补。这种做法无法实现优化设计,也无法显著提高功率密度。而高功率密度电机中材料利用率已经很高,接近其极限应用指标,设计容差已经非常小,只有精确的设计与分析,才可确保材料工作点在安全使用边界内^[82]。

图 16 高功率密度电机系统多物理场^[82]

近年来,随着计算机科学和数值计算方法的发展,许多新的磁滞性建模方法已经被提出,并取得了不错的研究成果。这些方法可以分为两大类:基于物理原理的建模方法和基于统计学的建模方法。基于物理原理的建模方法通常采用微观磁学模型来描述磁性材料的磁滞性质。这些模型基于磁学方程和磁滞模型,可以描述磁性材料在不同磁场下的磁滞性质。这种方法需要解决大量的微观磁学方程,因此计算复杂度很高,需要使用高性能计算机来加速计算。基于统计学的建模方法通常采用人工神经网络、支持向量机等机器学习方法来描述磁性材料的磁滞性质。这些方法不需要解决微观磁学方程,而是通过学习大量的试验数据来得到一个预测模型。这种方法不需要对磁性材料的物理过程进行深入的理解,因此计算复杂度相对较低,但是需要大量的磁滞数据作为支撑。

对于电机用磁性材料的磁滞建模,其研究意义主要体现在以下几个方面。

(1) 优化电机设计和性能预测: 电机的性能和效率很大程度上取决于磁性材料的磁滞性质。因此,准确地描述磁性材料的磁滞性质对于电机的设计和性能预测至关重要。磁滞性建模可以帮助工程师更好地了解磁性材料的磁滞特性,以优化电机设计和提高电机性能。

(2) 优化电机控制策略: 电机控制策略需要准确地了解电机的工作状态,包括磁通量、磁场强度、电流等参数。磁滞建模可以提供准确的磁通量预测和磁场强度估计,为电机控制策略的优化提供支持。

(3) 降低电机成本和提高可靠性: 对于永磁电机,所用磁性材料通常是昂贵的稀土永磁材料,而磁滞建模可以减少对试验数据的依赖,降低电机开发成本。另外,磁滞建模可以提供更精确的磁通量预测,从而减少电机在高负载和高速运行时的磁滑

行为,提高电机的可靠性和寿命。

(4) 推动电机行业的技术进步: 磁滞建模是电机设计和控制中的重要环节,可以为电机行业的技术进步提供支持。通过磁滞建模,电机工程师可以更好地了解磁性材料的磁滞性质,并优化电机设计和控制策略,从而推动电机行业的技术进步。

总之,电机用磁性材料磁滞建模是电机设计和控制中的重要研究方向,对于优化电机设计和控制策略,降低电机成本和提高电机可靠性具有重要意义。未来随着计算机科学和数值计算技术的发展,电机磁滞建模的精度和效率将不断提高,同时也会有更多的磁性材料被开发出来,为电机设计提供更多的选择。另外,电机磁滞建模与机器学习、深度学习等领域的结合也将成为未来研究的一个热点,这将有助于更好地解决电机设计和控制中的一些难题,推动电机技术的发展和进步。

11 结论与展望

在磁性材料磁滞建模领域,全球学者们进行了众多基础性研究。然而,在流行的商用电磁场分析软件中,如 ANSYS 和 JMAG,铁磁材料的磁特性通常用非线性单值(SV)磁化曲线来建模,其原因有多方面,包括数值稳定性、可用计算资源有限、缺乏材料数据等。建立任何磁滞模型都需要对材料特性的关键参数进行精确测量,但这些测量通常依赖于特殊非标准的设备和方法,限制了其普及和应用。另外,如果利用商用软件如 ANSYS、JMAG 等在磁场分析中考虑磁性材料的磁滞特性时,会显著增加计算的复杂度和时间。尤其是在三维模型或大型系统中,计算效率可能成为一个瓶颈。磁滞现象的非线性特性给求解器带来了额外的挑战,特别是在动态或瞬态分析中,可能导致求解过程不稳定或收敛困难。

虽然像 Preisach 和 J-A 磁滞模型这样的材料模型早已被提出,但从国内外学者发表的大量文献来看,大部分的研究工作只是停留在对模型本身进行理论分析或进行试验方面的研究,与有限元法等数值计算方法相结合的研究欠缺,因此这一领域尚存在很大的研究空间。许多磁滞模型因复杂性及对大量试验数据的依赖而实用性受限。由于磁性材料模拟实际问题的复杂性,某些关键问题仍未被深入探究。特别是在电机等电气设备中的电、磁、机械、热耦合和非线性、时变、非对称场问题的分析方面,现有研究数据尚未能满足实际需求,这一领域面临

许多挑战和问题。

本文详细探讨了多种经典磁滞模型，包括 Preisach 模型、J-A 模型、S-W 模型、Energetic 模型、E&S 模型和基于能量的磁滞模型。这些模型在描述磁性材料的磁滞现象方面各有优势和局限性。同时分析了精确的磁滞建模对于新型电机设计的重要性以及当前磁滞模型面临的挑战和问题，特别是在非正弦激励条件下的模拟精度问题。Preisach 模型以其唯象的特点和对各种导磁材料的适用性，提供了比 J-A 模型更准确的模拟精度。然而，J-A 模型以其清晰的物理机理和简便的参数识别过程，在计算效率方面具有优势，尽管它在模拟磁滞小回环方面存在不足。总之，磁化现象的模拟是一个复杂的任务，仍然是一个充满挑战的研究领域，有效解决以上挑战将对工程应用产生重大影响。未来的研究应该着重于提高模型的精确度和适用性，特别是针对新型电机设计和非正弦激励条件下的应用场景。

参 考 文 献

- [1] 郑文轩, 唐志峰, 杨昌群, 等. 基于 Preisach 模型的磁致伸缩位移传感器迟滞补偿方法[J]. 仪器仪表学报, 2021, 42(5): 79-89.
ZHENG Wenxuan, TANG Zhifeng, YANG Changqun, et al. A hysteresis compensation method of magnetostrictive displacement sensor based on the Preisach model[J]. Chinese Journal of Scientific Instrument, 2021, 42(5): 79-89.
- [2] 赵小军, 徐华伟, 刘小娜, 等. 基于 PSO-Powell 混合算法的软磁复合材料二维矢量磁滞特性模拟[J]. 电工技术学报, 2021, 36(14): 2893-2903.
ZHAO Xiaojun, XU Huawei, LIU Xiaona, et al. Two-dimensional vector hysteresis simulation of soft magnetic composite materials based on the hybrid algorithm of PSO-Powell[J]. Transactions of China Electrotechnical Society, 2021, 36(14): 2893-2903.
- [3] MOURAD D, ABDELAZIZ L, SOFIANE M, et al. Phenomenological model of the temperature dependence of hysteresis based on the Preisach model[J]. Journal of Superconductivity and Novel Magnetism, 2021, 34(10): 1453-1458.
- [4] MICHNA M, DWORAKOWSKI P, WILK A, et al. Modified Preisach model of hysteresis in multi air gap ferrite core medium frequency transformer[J]. IEEE Transactions on Power Delivery, 2022, 37(1): 116-124.
- [5] 李丹丹, 乔振阳, 朱聪聪, 等. 二维混合矢量磁滞模型数值模拟的改进方法[J]. 科学技术与工程, 2020, 20(30): 12409-12414.
LI Dandan, QIAO Zhenyang, ZHU Congcong, et al. An improved numerical implementation method of two-dimensional hybrid vector hysteresis model[J]. Science Technology and Engineering, 2020, 20(30): 12409-12414.
- [6] GUSTAV M, MATS L. Review of hysteresis models for magnetic materials[J]. Energies, 2023, 16(9): 3908-3974.
- [7] 赵志刚, 张鹏, 马习纹, 等. 基于改进 Preisach 模型的电工钢片磁特性模拟[J]. 高电压技术, 2021, 47(6): 2149-2157.
ZHAO Zhigang, ZHANG Peng, MA Xiwen, et al. Simulation of magnetic properties of electrical steel sheets based on improved Preisach model[J]. High Voltage Engineering, 2021, 47(6): 2149-2157.
- [8] 李伊玲, 李琳, 刘任, 等. 基于非均匀单元离散法的静态逆 Preisach 模型分布函数辨识[J]. 中国电机工程学报, 2021, 41(15): 5340-5351.
LI Yiling, LI Lin, LIU Ren, et al. The non-uniform element discretization method for identifying distribution function of static inverse Preisach model[J]. Proceedings of the CSEE, 2021, 41(15): 5340-5351.
- [9] 李永建, 利雅婷, 林志伟, 等. 基于改进 Bouc-Wen 模型的谐波激励条件下电工钢片磁滞特性模拟与验证[J]. 电工技术学报, 2022, 37(17): 4259-4268.
LI Yongjian, LI Yating, LIN Zhiwei, et al. An improved Bouc-Wen based hysteresis model under harmonic magnetization[J]. Transactions of China Electrotechnical Society, 2022, 37(17): 4259-4268.
- [10] 乔振阳, 李丹丹, 杨娜, 等. 电工磁材料磁滞数学模型的研究综述[J]. 电工材料, 2020(1): 8-12.
QIAO Zhenyang, LI Dandan, YANG Na, et al. A review of research on magnetic hysteresis mathematical model of magnetic materials in electrical engineering[J]. Electrical Engineering Materials, 2020(1): 8-12.
- [11] FABA A, FULGINEI F R, ANTONIO S Q, et al. Hysteresis modelling in additively manufactured FeSi magnetic components for electrical machines and drives[J]. IEEE Transactions on Industrial Electronics, 2023, 71(3): 2188-2197.
- [12] PREISACH F. Über die magnetische Nachwirkung[J]. Zeitschrift FürPhysik, 1935, 94(5-6): 277-302.
- [13] 赵志刚, 李晓雪, 姬俊安, 等. 基于 Preisach 磁滞模型的电工钢片磁特性模拟[J]. 高电压技术, 2019, 45(12): 4038-4046.

- ZHAO Zhigang, LI Xiaoxue, JI Junan, et al. Simulation of magnetic properties of electrical steel sheets based on Preisach model[J]. *High Voltage Engineering*, 2019, 45(12): 4038-4046.
- [14] 宋金薇, 李琳, 刘任. 基于 Preisach 磁滞模型的铁磁材料损耗时域有限元计算方法[J]. *电工电能新技术*, 2020, 39(6): 67-73.
- SONG Jinwei, LI Lin, LIU Ren. Loss calculation ferromagnetic material based on Preisach hysteresis model by using finite-element method in time domain[J]. *Advanced Technology of Electrical Engineering and Energy*, 2020, 39(6): 67-73.
- [15] 刘任, 杜莹雪, 李琳, 等. 解析逆 Preisach 磁滞模型[J]. *电工技术学报*, 2023, 38(10): 2567-2576.
- LIU Ren, DU Yingxue, LI Lin, et al. Analytical inverse Preisach hysteresis model[J]. *Transactions of China Electrotechnical Society*, 2023, 38(10): 2567-2576.
- [16] LI Daiyan, ZHANG Yanli, JING Ying, et al. A simplified magnetostrictive model under rotational magnetization in an electrical steel sheet taking the pinning hysteresis effect into account[J]. *International Journal of Applied Electromagnetics and Mechanics*, 2022, 70(4): 357-365.
- [17] MAYERGOYZ I D. Vector Preisach hysteresis models[J]. *Journal of Applied Physics*, 1988, 63(8): 2995-3000.
- [18] MAYERGOYZ I D. Dynamic Preisach models of hysteresis[J]. *Journal of Applied Physics*, 1991, 69(8): 4829-4831.
- [19] SZABÓ Z. Preisach functions leading to closed form permeability[J]. *Physica B: Condensed Matter*, 2006, 372(1-2): 61-67.
- [20] 陈龙, 易琼洋, 贲彤, 等. 全局优化算法在 Preisach 磁滞模型参数辨识问题中的应用与性能对比[J]. *电工技术学报*, 2021, 36(12): 2585-2593, 2606.
- CHEN Long, YI Qiongyang, BEN Tong, et al. Application and performance comparison of global optimization algorithms in the parameter identification problems of the Preisach hysteresis model[J]. *Transactions of China Electrotechnical Society*, 2021, 36(12): 2585-2593, 2606.
- [21] 黄雷, 包广清, 陈俊全. 基于 Levenberg-Marquardt 算法的改进 Preisach 模型磁特性模拟与验证[J]. *中国电机工程学报*, 2020, 40(18): 6006-6015.
- HUANG Lei, BAO Guangqing, CHEN Junquan. Magnetic property simulation and verification with improved Preisach hysteresis model based on Levenberg-Marquardt algorithm[J]. *Proceedings of the CSEE*, 2020, 40(18): 6006-6015.
- [22] 陈彬, 王斐然, 万妮娜, 等. 考虑可逆分量的解析 Preisach 磁滞模型及其特征参数辨识算法[J]. *高电压技术*, 2023, 49(11): 4766-4774.
- CHEN Bin, WANG Feiran, WAN Nina, et al. Analytical Preisach hysteresis model considering reversible component and its characteristic parameter identification algorithm[J]. *High Voltage Engineering*, 2023, 49(11): 4766-4774.
- [23] 包广清, 黄雷. 基于 cosh 函数的 Preisach 磁滞模型参数辨识与验证[J]. *磁性材料及器件*, 2020, 51(2): 24-29.
- BAO Guangqing, HUANG Lei. Parameter identification and verification of Preisach hysteresis model based on cosh function[J]. *Journal of Magnetic Materials and Devices*, 2020, 51(2): 24-29.
- [24] JILES D, AHTERTON D. Ferromagnetic hysteresis[J]. *IEEE Transactions on Magnetics*, 1983, 19(5): 2183-2185.
- [25] JILES D C, AHTERTON D L. Theory of ferromagnetic hysteresis[J]. *Journal of Magnetism and Magnetic Materials*, 1986, 61(1-2): 48-60.
- [26] 朱聪聪, 李丹丹, 乔振阳, 等. 电工磁性材料损耗特性计算方法综述[J]. *电工材料*, 2020(6): 11-15.
- ZHU Congcong, LI Dandan, QIAO Zhenyang, et al. Magnetic loss calculation methods of electrical magnetic materials are reviewed[J]. *Electrical Engineering Materials*, 2020(6): 11-15.
- [27] 李丹丹. 电工磁材料二维矢量磁滞特性数值模拟研究[D]. 天津: 河北工业大学, 2014.
- LI Dandan. Two-dimensional vector hysteresis characteristics modeling of the magnetic materials in electrical engineering[D]. Tianjin: Hebei University of Technology, 2014.
- [28] BERGQVIST A J. A simple vector generalization of Jiles-Atherton model of hysteresis[J]. *IEEE Transactions on Magnetics*, 1996, 32(5): 4213-4215.
- [29] HAMEL M, OUSLIMANE A N, HOCINI F. A study of Jiles-Atherton and the modified arctangent models for the description of dynamic hysteresis curves[J]. *Physica B: Condensed Matter*, 2022, 638: 413930.
- [30] LI Y, ZHU L, ZHU J. Core loss calculation based on finite-element method with Jiles-Atherton dynamic hysteresis model[J]. *IEEE Transactions on Magnetics*, 2018, 54(3): 1-5.
- [31] 王旭. 旋转磁化下逆矢量 Jiles-Atherton 磁滞模型研究[D]. 沈阳: 沈阳工业大学, 2019.
- WANG Xu. Research on inverse vector Jiles-Atherton hysteresis model under rotational magnetization[D].

- Shenyang: Shenyang University of Technology, 2019.
- [32] 李晶晶. 基于 J-A 磁滞模型硅钢片磁致伸缩模型的研究 [D]. 天津: 天津工业大学, 2020.
LI Jingjing. Research on magnetostriction model of silicon steel sheet based on J-A hysteresis model[D]. Tianjin: Tiangong University, 2020.
- [33] 刘任, 顾朝阳, 孙江东, 等. Jiles-Atherton 磁滞模型的改进与非正弦激励下软磁材料复杂磁滞准确模拟 [J/OL]. 中国电机工程学报, 2023; 1-11[2023-11-17]. <https://doi.org/10.13334/j.0258-8013.pcsee.231606>.
LIU Ren, GU Chaoyang, SUN Jiangdong, et al. Modified Jiles-Atherton hysteresis model and accurate simulation of complex hysteresis characteristics of soft magnetic materials under non-sinusoidal excitation[J/OL]. Proceedings of the CSEE, 2023; 1-11[2023-11-17]. <https://doi.org/10.13334/j.0258-8013.pcsee.231606>.
- [34] LEITE J V, BENABOU A, SADOWSKI N. Accurate minor loops calculation with a modified Jiles-Atherton hysteresis model[J]. Compel, 2009, 28(3): 741-749.
- [35] VIJN A R P J, BAAS O, LEPELAARS E. Parameter estimation for the Jiles-Atherton model in weak fields[J]. IEEE Transactions on Magnetics, 2020, 56(4): 1-10.
- [36] HAUSER H. Energetic model of ferromagnetic hysteresis: Isotropic magnetization[J]. Journal of Applied Physics, 2004, 96(5): 2753-2767.
- [37] LI Y, CHEN R, CHENG Z, et al. Dynamic hysteresis loops modeling of electrical steel with harmonic components[J]. IEEE Transactions on Industry Applications, 2020, 56(5): 4804-4811.
- [38] 莫仕勋, 杨皓, 蒋坤坪, 等. 基于改进秃鹰搜索算法的变压器 J-A 模型参数辨识[J]. 电工电能新技术, 2022, 41(4): 67-74.
MO Shixun, YANG Hao, JIANG Kunping, et al. Parameter identification of transformer J-A model based on improved BES algorithm[J]. Advanced Technology of Electrical Engineering and Energy, 2022, 41(4): 67-74.
- [39] 刘任, 李琳. 基于损耗统计理论与 J-A 磁滞模型的直流偏磁下磁性材料损耗计算方法[J]. 高电压技术, 2019, 45(12): 4062-4069.
LIU Ren, LI Lin. Loss prediction of magnetic material under DC bias based on the statistical theory of losses and Jiles-Atherton hysteresis model[J]. High Voltage Engineering, 2019, 45(12): 4062-4069.
- [40] UPADHAYA B, RASILLO P, PERKKIÖ L, et al. Comparison of anisotropic energy-based and Jiles-Atherton models of ferromagnetic hysteresis[J]. IEEE Transactions on Magnetics, 2020, 56(4): 1-7.
- [41] 陈彬, 秦小彬, 唐波, 等. 基于 R-L 分数阶导数的动态 J-A 磁滞模型及其特征参数辨识算法[J]. 中国电机工程学报, 2022, 42(12): 4590-4603.
CHEN Bin, QIN Xiaobin, TANG Bo, et al. Dynamic J-A hysteresis model based on R-L fractional derivative and its characteristic parameter identification algorithm[J]. Proceedings of the CSEE, 2022, 42(12): 4590-4603.
- [42] 赵志刚, 马习纹, 姬俊安. 基于 AFSA 与 PSO 混合算法的 J-A 动态磁滞模型参数辨识及验证[J]. 仪器仪表学报, 2020, 41(1): 26-34.
ZHAO Zhigang, MA Xiwen, JI Junan. Parameter identification and verification of J-A dynamic hysteresis model based on hybrid algorithms of AFSA and PSO[J]. Chinese Journal of Scientific Instrument, 2020, 41(1): 26-34.
- [43] 刘任, 李琳, 王亚琦, 等. 基于随机性与确定性混合优化算法的 Jiles-Atherton 磁滞模型参数提取[J]. 电工技术学报, 2019, 34(11): 2260-2268.
LIU Ren, LI Lin, WANG Yaqi, et al. Parameter extraction for Jiles-Atherton hysteresis model based on the hybrid technique of stochastic and deterministic optimization algorithm[J]. Transactions of China Electrotechnical Society, 2019, 34(11): 2260-2268.
- [44] 李丹丹, 吴宇翔, 朱聪聪, 等. 基于麻雀搜索与遗传算法的 J-A 磁滞模型参数辨识方法[J]. 高电压技术, 2022, 48(10): 4181-4188.
LI Dandan, WU Yuxiang, ZHU Congcong, et al. Parameter identification method for J-A hysteresis model based on the sparrow search and genetic algorithm[J]. High Voltage Engineering, 2022, 48(10): 4181-4188.
- [45] STONER E C, WOHLFARTH E P. A mechanism of magnetic hysteresis in heterogeneous alloys[J]. Phil. Trans. Roy. Soc., 1948, 240A: 599-642.
- [46] STONER E C, WOHLFARTH E P. A mechanism of magnetic hysteresis in heterogeneous alloys[J]. IEEE Trans. Magn., 1991, 27(4): 3475-3518.
- [47] 刘任, 李琳. 基于场分离技术与损耗统计理论的动态 Energetic 磁滞模型[J]. 中国电机工程学报, 2019, 39(21): 6412-6419.
LIU Ren, LI Lin. A dynamic Energetic hysteresis model based on the field separation approach and statistical theory of losses[J]. Proceedings of the CSEE, 2019, 39(21): 6412-6419.
- [48] HAUSER H. Energetic model of ferromagnetic hysteresis[J]. Journal of Applied Physics, 1994, 75(5):

- 2584-2597.
- [49] 赵志刚, 马习纹, 姬俊安. 基于 Energetic 模型的直流偏磁条件下电工钢片磁特性模拟及实验验证[J]. 中国电机工程学报, 2020, 40(14): 4656-4665, 4743.
ZHAO Zhigang, MA Xiwen, JI Junan. Simulation and experimental verification of magnetic characteristics of electrical steel sheet under DC bias based on Energetic model[J]. Proceedings of the CSEE, 2020, 40(14): 4656-4665, 4743.
- [50] 马习纹. 基于 Energetic 理论的非正弦激励条件电工钢磁性能模拟研究[D]. 天津: 河北工业大学, 2021.
MA Xiwen. Research on simulation of magnetic properties of electrical steel under non-sinusoidal excitation based on energetic theory[D]. Tianjin: Hebei University of Technology, 2021.
- [51] 陈彬, 曾庆麟, 贾燕峰, 等. 变温条件下 Energetic 磁滞模型参数修正方法[J/OL]. 高电压技术, 2023: 1-10. https://doi.org/10.13336/j.1003-6520.hve.20231141.
CHEN Bin, ZENG Qinglin, JIA Yanfeng, et al. Correction method of energetic hysteresis model parameters under variable temperature conditions[J/OL]. High Voltage Engineering, 2023: 1-10. https://doi.org/10.13336/j.1003-6520.hve.20231141.
- [52] 刘任, 李琳. 基于模拟退火与 Levenberg-Marquardt 混合算法的 Energetic 磁滞模型参数提取[J]. 中国电机工程学报, 2019, 39(3): 875-884, 966.
LIU Ren, LI Lin. Parameter extraction for Energetic hysteresis model based on the hybrid algorithm of simulated annealing and Levenberg-Marquardt[J]. Proceedings of the CSEE, 2019, 39(3): 875-884, 966.
- [53] 陈昊, 李琳, 刘洋. 基于 Energetic 模型的机械应力作用下电工钢片磁滞特性模拟[J]. 电工技术学报, 2023, 38(12): 3101-3111.
CHEN Hao, LI Lin, LIU Yang. Simulation of magnetic hysteresis characteristics of electrical steel sheet under mechanical stress based on Energetic model[J]. Transactions of China Electrotechnical Society, 2023, 38(12): 3101-3111.
- [54] 赵志刚, 马习纹, 姬俊安, 等. 谐波激励条件下铁心动态 Energetic 建模与验证[J]. 电工技术学报, 2020, 35(20): 4241-4250.
ZHAO Zhigang, MA Xiwen, JI Junan, et al. Dynamic Energetic modeling and verification of core under harmonic excitation[J]. Transactions of China Electrotechnical Society, 2020, 35(20): 4241-4250.
- [55] SODA N, ENOKIZONO M. E&S hysteresis model for two-dimensional magnetic properties[J]. Journal of Magnetism and Magnetic Materials, 2000, 215(2): 626-628.
- [56] 张艳丽, 何厚键, 谢德馨, 等. 基于二维磁特性测量的电工钢片矢量磁滞模型[J]. 中国电机工程学报, 2010, 30(3): 130-135.
ZHANG Yanli, HE Houjian, XIE Dexin, et al. Vector magnetic hysteresis model of electrical steel sheets based on two-dimensional magnetic property measurement[J]. Proceedings of the CSEE, 2010, 30(3): 130-135.
- [57] 刘洋, 张艳丽, 谢德馨, 等. 考虑硅钢片二维矢量磁特性的复数 E&S 模型[J]. 中国电机工程学报, 2012, 32(3): 144-149.
LIU Yang, ZHANG Yanli, XIE Dexin, et al. A complex E&S model considering 2D vector magnetic properties of silicon steel sheet[J]. Proceedings of the CSEE, 2012, 32(3): 144-149.
- [58] HENROTTE F, HAMEYER K. An energy-based model of magnetostriction with hysteresis[C]// 2006 12th Biennial IEEE Conference on Electromagnetic Field Computation, 30 April-03 May, 2006, Miami, FL, USA. IEEE, 2006: 508.
- [59] HENROTTE F, NICOLET A, HAMEYER K. An energy-based vector hysteresis model for ferromagnetic materials[J]. COMPEL International Journal of Computations and Mathematics in Electrical, 2006, 25(1): 71-80.
- [60] STEENTJES S, HENROTTE F, HAMEYER K. Energy-based ferromagnetic material model with magnetic anisotropy[J]. Journal of Magnetism and Magnetic Materials, 2016, 425(1): 20-24.
- [61] STEENTJES S, HENROTTE F, GEUZAIN C, et al. A dynamical energy-based hysteresis model for iron loss calculation in laminated cores[J]. International Journal of Numerical Modelling Electronic Networks Devices & Fields, 2014, 27(3): 433-443.
- [62] 张希蔚, 李琳. 改进的热力学磁滞模型与软磁材料动态损耗计算[J]. 中国电机工程学报, 2022, 42(20): 7641-7651.
ZHANG Xiwei, LI Lin. Modified thermodynamic hysteresis model and calculation of soft magnetic materials' dynamic losses[J]. Proceedings of the CSEE, 2022, 42(20): 7641-7651.
- [63] SIXDENIER F, SCORRETTI R. Numerical model of static hysteresis taking into account temperature[J]. International Journal of Numerical Modelling Electronic

- Networks Devices & Fields, 2016, 31(2): 1-16.
- [64] 张文杰, 张艳丽, 姜伟, 等. 基于磁畴能量最小化原理的电工钢片磁滞模型[J]. 电工技术学报, 2019, 34(S1): 7-13.
- ZHANG Wenjie, ZHANG Yanli, JIANG Wei, et al. A magnetic hysteresis model in an electrical steel sheet based on the minimization principle of magnetic domain energy[J]. Transactions of China Electrotechnical Society, 2019, 34(S1): 7-13.
- [65] 田滋硕. 基于能量的电工钢片矢量磁滞模型研究[D]. 沈阳: 沈阳工业大学, 2022.
- TIAN Zishuo. Research on the energy-based vector hysteresis model of electrical steel sheet[D]. Shenyang: Shenyang University of Technology, 2022.
- [66] FRIEDMAN G, MAYERGOYZ I D. Stoner-Wohlfarth hysteresis model with stochastic input as a model of viscosity in magnetic materials[J]. IEEE Transactions on Magnetics, 1992, 28(5): 2262-2264.
- [67] MICHELAKIS C, LITSARDAKIS G, SAMARAS D. A contribution to 2D vector Preisach modelling[J]. Journal of Magnetism and Magnetic Materials, 1996(157-158): 347-348.
- [68] KOH C S, HAHN S Y, PARK G S. Vector hysteresis modeling by combining Stoner-Wohlfarth and Preisach models[J]. IEEE Transactions on Magnetics, 2000, 36(4): 1254-1257.
- [69] TORRE E D, PINZAGLIA E, CARDELLI E. Vector modeling-Part I: Generalized hysteresis model[J]. Physica B, 2006, 372(1-2): 111-114.
- [70] TORRE E D, PINZAGLIA E, CARDELLI E. Vector modeling-Part ii: Ellipsoidal vector hysteresis model. Numerical application to a 2D case[J]. Physica B: Condensed Matter, 2006, 372(1-2): 115-119.
- [71] TORRE E D, CARDELLI E. A Preisach-Stoner-Wohlfarth vector model[J]. IEEE Transactions on Magnetics, 2006, 42(10): 3126-3128.
- [72] 李丹丹, 刘福贵, 李永建, 等. 一种新的混合矢量磁滞模型磁滞算子定义方法[J]. 电工技术学报, 2015, 30(1): 15-21.
- LI Dandan, LIU Fugui, LI Yongjian, et al. A new definition of the hysteron in hybrid vector hysteresis model[J]. Transactions of China Electrotechnical Society, 2015, 30(1): 15-21.
- [73] 李仲康. 基于改进黑猩猩优化算法的解析 Preisach 磁滞模型模拟研究[D]. 郑州: 郑州轻工业大学, 2023.
- LI Zhongkang. Simulation study of an analytic Preisach hysteresis model based on an improved chimpanzee optimization algorithm[D]. Zhengzhou : Zhengzhou University of Light Industry, 2023.
- [74] DIMITROPOULOS P D, STAMOULIS G I, HRISTOFOROU E. A 3-D hybrid Jiles-Atherton/Stoner-Wohlfarth magnetic hysteresis model for inductive sensors and actuators[J]. IEEE Sensors Journal, 2006, 6(3): 721-736.
- [75] 任静. JA/SW 三维混合磁滞模型理论及仿真研究[D]. 天津: 河北工业大学, 2010.
- REN Jing. Research on the theory and simulation of a 3-D JA/SW hybrid magnetic hysteresis model[D]. Tianjin: Hebei University of Technology, 2010.
- [76] 刘福贵, 陈海燕, 刘硕, 等. 利用神经网络实现对磁滞特性的数值模拟[J]. 河北工业大学学报, 2001, 30(2): 33-36.
- LIU Fugui, CHEN Haiyan, LIU Shuo, et al. Modeling magnetic hysteresis using neural network[J]. Journal of Hebei University of Technology, 2001, 30(2): 33-36.
- [77] 曾建斌. 矢量磁滞数学模型理论及其应用研究[D]. 沈阳: 沈阳工业大学, 2010.
- ZENG Jianbin. Study on theory and application of vector magnetic hysteresis mathematical model[D]. Shenyang: Shenyang University of Technology, 2010.
- [78] 李扬. 正弦激励下电抗器损耗计算[D]. 天津: 河北工业大学, 2015.
- LI Yang. Loss calculation of reactor under sinusoidal excitation[D]. Tianjin: Hebei University of Technology, 2015.
- [79] 张长庚, 杨庆新, 李永建. 电工软磁材料旋转磁滞损耗测量及建模[J]. 电工技术学报, 2017, 32 (11): 208-216.
- ZHANG Changgeng, YANG Qingxin, LI Yongjian. Measurement and modeling of rotational hysteresis loss of electric soft magnetic material[J]. Transactions of China Electrotechnical Society, 2017, 32 (11): 208-216.
- [80] LI Juan, ZHANG Yanli, ZHANG Dianhai, et al. Analysis of rotational hysteresis property in a transformer core based on an inverse Jiles-Atherton hysteresis model coupled with finite element method[C]//2020 23rd International Conference on Electrical Machines and Systems (ICEMS), November 24-27, 2020, Hamamatsu, Japan. IEEE, 2020: 1027-1030.
- [81] TOUSIGNANT M, SIROIS F, MEUNIER G, et al. Incorporation of a vector Preisach-Mayergoz hysteresis model in 3-D finite element analysis[J]. IEEE Transactions on Magnetics, 2019, 55(6): 1-4.

- [82] 陈俊全, 王东, 陈志华, 等. 面向舰船装备的电工软磁材料精细模拟技术综述[J]. 电工技术学报, 2017, 32(22): 166-175.
- CHEN Junquan, WANG Dong, CHEN Zhihua, et al. Review of precise modeling technology of electrical soft magnetic material applied in vessel equipment[J]. Transactions of China Electrotechnical Society, 2017,

32(22): 166-175.

作者简介: 常勇(通信作者), 男, 1988 年生, 博士, 副教授。主要研究方向为磁滞建模、电机优化设计、电磁分析、现代电力传动控制系统设计。

E-mail: 526938213@qq.com

包广清, 女, 1972 年生, 博士, 教授, 博士研究生导师。主要研究方向为新型电机设计与控制、新能源发电等。

E-mail: lzlgcyht2008@163.com